

ОГЛАВЛЕНИЕ

Список основных обозначений	3
От авторов	7

Часть I. ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА

Глава 1. Преобразования матриц и системы линейных уравнений	11
1.1. Схема метода Гаусса	11
1.2. Обоснование метода Гаусса	14
1.3. Приведение матрицы к ступенчатому виду	16
1.4. Решение систем линейных уравнений со ступенчатой расширенной матрицей системы	17
1.5. Геометрическая интерпретация систем линейных уравнений в случае двух или трех неизвестных	20
1.6. Ненулевые решения однородной системы уравнений	21
Упражнения	22
Глава 2. Определитель	23
2.1. Определитель и элементарные преобразования	23
2.2. Построение определителя разложением по столбцу	26
2.3. Определитель транспонированной матрицы	31
2.4. Вычисление определителя разложением по строке	32
Упражнения	32
Глава 3. Линейные пространства	35
3.1. Аксиомы и примеры	35
3.2. Простейшие следствия аксиом линейного пространства	36
3.3. Подпространство линейного пространства	37
3.4. Простейшие свойства линейно зависимых векторов	39
3.5. Базис и координаты векторов	41
3.6. Существование базиса конечномерного пространства	43
3.7. Размерность линейного пространства	44
Упражнения	45
Глава 4. Алгебра матриц	48
4.1. Свойства арифметических операций над матрицами	48
4.2. Обратная матрица и формулы Крамера	52

4.3. Построение обратной матрицы элементарными преобразованиями	55
4.4. Преобразование координат при замене базиса	56
Упражнения	58
Глава 5. Ранг матрицы	61
5.1. Определение	61
5.2. Неизменность ранга при элементарных преобразованиях . . .	62
5.3. Теорема о ранге матрицы	63
5.4. Критерий линейной независимости системы строк (столбцов) .	64
5.5. Ранг произведения матриц	65
5.6. Определитель произведения матриц	66
Упражнения	67
Глава 6. Структура множества решений системы линейных уравнений	69
6.1. Теорема Кронекера — Капелли о совместности системы линейных уравнений	69
6.2. Размерность пространства решений однородной системы линейных уравнений	69
6.3. Структура множества решений системы линейных уравнений	71
6.4. О выборе главных неизвестных	73
Упражнения	75
Глава 7. Линейные операторы	77
7.1. Матрица линейного оператора	78
7.2. Преобразование матрицы линейного оператора при замене базиса	82
7.3. Приведение матрицы линейного оператора к диагональному виду	83
7.4. Характеристический многочлен линейного оператора	85
7.5. О корнях характеристического многочлена линейного оператора	86
7.6. Свойства собственных векторов с одинаковыми и различными собственными значениями	88
Упражнения	89
Глава 8. Линейные, билинейные и квадратичные формы	92
8.1. Формула линейного функционала	92
8.2. Матрица билинейной формы	93
8.3. Матрица симметричной билинейной формы	95
8.4. Преобразование матрицы билинейной формы при замене базиса	95
8.5. Единственность симметричной билинейной формы, порождающей квадратичную форму	96

8.6. Критерий Сильвестра положительной определенности квадратичной формы	97
8.7. Закон инерции для квадратичных форм	99
Упражнения	100
Глава 9. Элементы аналитической геометрии	103
9.1. Прямоугольные декартовы координаты	103
9.2. Векторы на плоскости	110
9.3. Векторы в пространстве	118
9.4. Прямая на плоскости	122
9.5. Прямая и плоскость в пространстве	129
Упражнения	132
Глава 10. Евклидовы пространства	139
10.1. Определение и примеры	139
10.2. Неравенство Коши — Буняковского	140
10.3. Неравенство треугольника	141
10.4. Независимость попарно ортогональных векторов	141
10.5. Ортогональная проекция вектора на подпространство	142
10.6. Ортогонализация базиса	145
10.7. Геометрическая интерпретация ортогональных матриц	148
Упражнения	148
Глава 11. Самосопряженные операторы	151
11.1. Сопряженность операторов в евклидовом пространстве	151
11.2. Собственные векторы самосопряженных операторов	152
11.3. Приведение квадратичной формы к каноническому виду	154
Упражнения	156
Глава 12. Аффинные пространства	158
12.1. Преобразование координат точки при замене системы координат	158
12.2. Линейные отображения	159
12.3. Линейные операторы, связанные с линейным отображением	160
12.4. Аффинные и изометрические отображения	161
12.5. Изображения пространственных фигур	161
Упражнения	166
Глава 13. Исследование кривых второго порядка	167
13.1. Классификация кривых второго порядка	167
13.2. Инварианты уравнения второго порядка	168
13.3. Эллипс, гипербола и парабола в канонических системах координат	172
13.4. Центры и оси симметрии кривой второго порядка	178
13.5. Построение канонической системы координат и канонического уравнения	181

13.6. Формулы связи исходной и канонической систем координат	182
13.7. Пример исследования кривой второго порядка	187
Упражнения	190
Глава 14. Поверхности второго порядка	191
14.1. Классификация поверхностей второго порядка	196
14.2. Эллипсоиды, гиперboloиды и параболоиды в канонических системах координат	197
Упражнения	200

Часть II. МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

Глава 15. Пределы числовых функций	201
15.1. Некоторые общематематические понятия и обозначения	201
15.1.1. Множество \mathbb{R}^n и некоторые его подмножества	201
15.1.2. Отображения множеств (функции)	205
15.1.3. Мощностъ множеств. Счетные множества. Континуум	211
15.1.4. Элементы логики	215
15.2. Базы множеств	217
15.3. Пределы числовых функций по данной базе (определение)	219
15.4. Простейшие свойства пределов	222
15.5. Предельный переход и арифметические операции	225
15.6. Переход к пределу в неравенствах	227
15.7. Предел монотонной последовательности	228
15.8. Сравнение предельного поведения функций	234
15.9. Предел композиции функций	240
15.10. Критерий существования предела	243
Упражнения	245
Глава 16. Непрерывные числовые функции	250
16.1. Определение и примеры	250
16.2. Переход к пределу под знаком непрерывной функции	253
16.3. Непрерывность и арифметические операции	255
16.4. Непрерывность элементарных функций	255
16.5. Свойства непрерывных на отрезке функций	257
Упражнения	266
Глава 17. Дифференцируемые числовые функции	267
17.1. Определение и интерпретация производной	267
17.2. Непрерывность дифференцируемых функций	271
17.3. Производная и арифметические операции	272
17.4. Производная композиции дифференцируемых функций	273
17.5. Производная обратной функции	275
17.6. Производные основных элементарных функций	278
17.7. Признаки монотонности функций. Экстремумы	281
17.8. Правило Лопитала	285

17.9. Производные высших порядков. Выпуклые и вогнутые функции	291
17.10. Формула Тейлора	298
Упражнения	307
П р и л о ж е н и е. Неотрицательные матрицы	310
П.1. Модель Леонтьева	310
П.2. Критерий продуктивности	312
П.3. Критерий прибыльности	315
П.4. Теорема Перрона — Фробениуса	316
Список литературы	319
Предметный указатель	321