

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	3
Глава 1. Системы линейных уравнений	4
1.1. Совокупность решений системы линейных уравнений	6
1.2. Эквивалентные системы линейных уравнений	7
1.3. Метод Гаусса	8
1.4. Элементарные преобразования систем линейных уравнений (строк матриц)	8
1.5. Приведение системы линейных уравнений с помощью элементарных преобразований к ступенчатому виду	10
1.6. Исследование ступенчатых систем линейных уравнений	12
1.7. Некоторые следствия из метода Гаусса	16
1.8. Примеры применения метода Гаусса	17
Глава 2. Линейное пространство строк	19
2.1. Линейные операции и их свойства	19
2.2. Связь решений неоднородной системы линейных уравнений с решениями соответствующей однородной системы	21
Глава 3. Перестановки и подстановки	23
3.1. Запись подстановок. Перестановки	23
3.2. Перестановки и транспозиции	25
3.3. Четность перестановок и подстановок	27
3.4. Четность произведения подстановок	29
Глава 4. Определители квадратных матриц	31
4.1. Определители малых порядков	31
4.2. Определитель квадратной матрицы (общий случай)	34
4.3. Базовые свойства определителя	35
4.4. Линейная комбинация строк в линейном пространстве строк \mathbb{R}^n	37
4.5. Вычисление определителей	39
4.6. Характеризация функции определителя матрицы базовыми свойствами	40
4.7. Сведение вычисления определителя к определителям меньшего порядка	41
4.8. Определитель Вандермонда	48

Глава 5. Алгебра матриц	51
5.1. Линейное пространство $M_{m,n}(\mathbb{R})$ прямоугольных матриц размера $m \times n$	51
5.2. Произведение матриц	51
5.3. Матричные единицы E_{ij}	53
5.4. Матрицы элементарных преобразований	53
5.5. Ассоциативность произведения матриц	55
5.6. Многочлены от матриц	58
5.7. Обратная матрица	60
5.8. Нахождение обратной матрицы A^{-1}	63
Глава 6. Метод координат. Различные системы координат	67
6.1. Декартовы координаты на прямой, плоскости и в пространстве	67
6.2. Преобразования координат на плоскости	69
6.3. Различные координатные системы на плоскости	73
6.4. Простейшие задачи на положения точек	75
6.5. Уравнение линии в данной системе координат	77
Глава 7. Прямые на плоскости	82
7.1. Различные уравнения прямой	82
7.2. Различные задачи на прямую	84
7.3. Прямые и системы линейных уравнений	87
Глава 8. Векторная алгебра	90
8.1. Векторы, линейные операции и координаты	90
8.2. Скалярное произведение векторов	98
8.3. Векторное произведение векторов	102
8.4. Смешанное произведение векторов	108
Глава 9. Кривые второго порядка	113
9.1. Эллипс	113
9.2. Гипербола	117
9.3. Парабола	122
9.4. Общие подходы к определению кривых второго порядка	123
9.5. Оптические свойства кривых второго порядка	126
9.6. Общее уравнение кривой второго порядка	128
Глава 10. Плоскости и прямые в пространстве	133
10.1. Плоскости в пространстве	133
10.2. Прямые в пространстве	140
10.3. Задачи на прямые и плоскости в пространстве	145
Глава 11. Поверхности и линии в пространстве	149
11.1. Общие сведения о поверхностях и линиях в пространстве	149
11.2. Поверхности вращения	151

11.3. Сфера	155
11.4. Эллипсоиды, гиперboloиды и параболоиды	156
11.5. Цилиндрические поверхности	160
11.6. Конические поверхности	165
11.7. Классификация поверхностей второго порядка	169
11.8. Цилиндрические координаты в пространстве	171
11.9. Кривые в пространстве	173
Глава 12. Линейные пространства	175
12.1. Вывод свойств линейного пространства из аксиом	175
12.2. Линейная зависимость в линейных пространствах	176
12.3. Максимальные линейно независимые подсистемы систем элементов линейных пространств, базис линейного пространства	181
12.4. Линейная выражаемость конечных систем элементов в линейном пространстве	183
12.5. Изоморфизм линейных пространств	186
12.6. Замена базиса линейного пространства и преобразование координат	188
12.7. Обратимость матрицы перехода	188
12.8. Замена координат элемента линейного пространства при замене базиса	189
12.9. Линейные подпространства линейных пространств	191
12.10. Пересечение линейных подпространств	192
12.11. Сумма линейных подпространств	193
12.12. Линейная оболочка элементов линейного пространства	193
12.13. Линейные отображения линейных пространств	196
12.14. Теорема о ранге матрицы	197
12.15. Размерность пространства решений однородной системы линейных уравнений	203
12.16. Задание любого подпространства в \mathbb{R}^n как пространства решений однородной системы линейных уравнений	204
Глава 13. Линейные операторы линейного пространства	210
13.1. Примеры линейных операторов	212
13.2. Изменение матрицы линейного оператора при переходе к новому базису	218
13.3. Образ и ядро линейного оператора	219
13.4. Инвариантные подпространства	223
13.5. Подстановка оператора в многочлен	225
Глава 14. Билинейные и квадратичные формы	232
14.1. Билинейные формы	232
14.2. Квадратичные формы	234
Список литературы	245
Предметный указатель	247