

**М. И. КИСЕЛЕВ, Д. Ш. МИХЕЛЕВ**

# ГЕОДЕЗИЯ

## УЧЕБНИК

*Рекомендовано*

*Федеральным государственным автономным учреждением  
«Федеральный институт развития образования»  
в качестве учебника для использования в учебном процессе  
образовательных учреждений, реализующих ФГОС СПО  
по группе специальностей 270000 «Архитектура  
и строительство»; ОП «Геодезия», «Основы геодезии»*

*Регистрационный номер рецензии № 498  
от 14 декабря 2012 г. ФГАУ «ФИРО»*

11-е издание, стереотипное



Москва  
Издательский центр «Академия»  
2014

УДК 528(075.32)  
ББК 26.12я723  
К44

Рецензент —  
проректор Московского колледжа архитектуры  
и строительных искусств *В.А. Зайченко*

**Киселев М. И.**

К44 Геодезия : учебник для студ. учреждений сред. проф. образования / М. И. Киселев, Д. Ш. Михелев. — 11-е изд., стер. — М. : Издательский центр «Академия», 2014. — 384 с.

ISBN 978-5-4468-0613-3

Даны общие сведения по геодезии, картографии и топографии; геодезическим приборам, методам геодезических измерений, вычислений и оценке точности их результатов; инженерно-геодезическим работам, выполняемым при изыскании, проектировании и строительстве инженерных сооружений. Изложены методы изысканий, производства разбивочных работ, исполнительных съемок. Приведены материалы по геодезическому обеспечению кадастра, лесоустройству, привязке горных выработок, наблюдению за деформациями сооружений, лицензированию, организации геодезических работ и технике безопасности при их проведении.

Учебник может быть использован при изучении общепрофессиональной дисциплины «Геодезия» или «Основы геодезии» в соответствии с ФГОС СПО по группе специальностей направления 270000 «Архитектура и строительство».

Для студентов учреждений среднего профессионального образования. Может быть использован студентами негеодезических вузов.

УДК 528(075.32)  
ББК 26.12я723

*Оригинал-макет данного издания является собственностью Издательского центра «Академия», и его воспроизведение любым способом без согласия правообладателя запрещается*

ISBN 978-5-4468-0613-3

© Киселев М. И., Михелев Д. Ш., 2013  
© Образовательно-издательский центр «Академия», 2013  
© Оформление. Издательский центр «Академия», 2013

## ПРЕДИСЛОВИЕ

Учебник методически построен таким образом, чтобы на первой стадии изучения курса студенты могли ознакомиться с общими сведениями по геодезии, картографии и топографии; геодезическими приборами, включая самые современные; методами геодезических измерений, вычислений и оценки точности их результатов.

В учебнике рассмотрены инженерно-геодезические работы, выполняемые при изысканиях, проектировании и строительстве инженерных сооружений. Излагаются методы изысканий построения инженерно-геодезических сетей, разбивочных работ, исполнительных съемок, геодезического обеспечения строительства гражданских и промышленных зданий, дорог и мостов, подземных коммуникаций, гидротехнических сооружений, тоннелей метрополитена, линий электропередачи и связи, магистральных трубопроводов, лесоустроительных работ, выноса в натуру и привязки горных выработок. Даны разделы по геодезическому обеспечению кадастра, наблюдению за деформациями сооружений, сертификации, лицензированию, организации геодезических работ и технике безопасности при их проведении.

Авторы включили в учебник некоторые вопросы, выходящие за рамки соответствующих учебных программ, но сегодня они уже реализуются в инженерно-геодезическом производстве и имеют перспективу в будущем.

Второе издание дополнено новыми представлениями о построении государственной геодезической спутниковой сети, переработан материал о фототопографической съемке, включен новый подраздел по специальным методам съемки (лазерное сканирование и съемка спутниковыми приемниками).

Авторы надеются, что учебник может быть полезен и специалистам производства, выполняющим разнообразные инженерно-геодезические работы.

## ВВЕДЕНИЕ

*Геодезия* (от гр. *землеразделение*) — наука об измерениях на земной поверхности, проводимых для определения формы и размеров Земли, изображения земной поверхности в виде планов, карт и профилей; создания различных инженерных сооружений.

В процессе своего развития геодезия разделилась на несколько самостоятельных научных дисциплин: высшую, космическую, топографию, инженерную и др. Высшая геодезия изучает вид и размеры Земли, а также методы определения геодезических координат отдельных точек земной поверхности. Космическая геодезия изучает геометрические соотношения между точками земной поверхности с помощью искусственных спутников Земли. Топография рассматривает способы изучения земной поверхности для изображения ее сравнительно небольших участков на планах и картах. Инженерная геодезия призвана решать геодезические задачи, связанные с построением опорной геодезической основы для проведения съемочных и разбивочных работ, составлением крупномасштабных планов и профилей для проектирования инженерных сооружений, производством разбивочных работ в плане и по высоте при строительстве зданий и сооружений, текущим обслуживанием строительно-монтажных операций, составлением исполнительных чертежей объектов и исследованием их деформаций в процессе строительства и эксплуатации.

Геодезия имеет огромное значение в различных отраслях народного хозяйства. Особенно велика ее роль при картографировании страны и изучении ее природных богатств. Широкое развитие землеустроительных работ, направленных на наиболее рациональное использование земли, учет ее качества, проведение оросительных и осушительных мероприятий — все это невозможно без геодезических измерений.

Геодезические работы ведут при планировке, озеленении и благоустройстве населенных мест, лесоустройстве и т. д. Развитие тяжелой индустрии, производство электроэнергии, металла, топлива и других отраслей промышленности ставят все новые задачи перед инженерной геодезией. Комплексная механизация и автоматизация строительно-монтажных операций невозможна без высокой точности геодезических измерений.

В инженерной геодезии все более широкое применение находят новые методы фотограмметрической съемки, усовершенствованные автоматические, оптико-механические и электронные приборы, радиогодезические и спутниковые системы. Исследования деформации земной поверхности и инженерных сооружений в период их строительства и эксплуатации также проводят на основе достижений инженерной геодезии.

Исключительно велика роль геодезии в обороне страны: карта — «глаза» армии. Карту используют при разработке стратегических планов и проведении военных операций.

Дальнейшее развитие народного хозяйства выдвигает новые задачи и перед геодезической наукой, которая должна более активно способствовать развитию всех отраслей промышленности, строительства, транспорта и обороны России.

Геодезические работы предшествуют и сопутствуют инженерным изысканиям, проектированию, строительству и эксплуатации инженерных сооружений.

При проектировании вертикальной планировки строительной площадки и подготовке выноса проектов зданий и сооружений в натуру составляют специальные разбивочные чертежи, на которых указывают линейные и угловые величины, определяющие положение на местности зданий и сооружений. Геодезические разбивочные работы обеспечивают соблюдение всех геометрических требований проекта и должны предусматриваться в технологических схемах возведения зданий и сооружений. В процессе возведения объектов выполняют контрольные геодезические измерения. После окончания строительства производят исполнительную съемку законченных объектов и составляют исполнительный генеральный план, используемый при эксплуатации зданий и сооружений. При эксплуатации сооружений ведут систематические геодезические наблюдения за их устойчивостью и прочностью.

Инженерная геодезия тесно связана с другими геодезическими дисциплинами и использует методы измерений и приборы, предназначенные для общегеодезических целей. В то же время для геодезического обеспечения строительного-монтажных работ, наблюдений за деформациями сооружений и других подобных работ применяют свои приемы и методы измерений, используют специальную измерительную технику, лазерные приборы и автоматизированные системы, а также соответствующие вычислительные программы.

Инженерно-геодезические измерения выполняют непосредственно на местности в различных физико-географических условиях, поэтому необходимо заботиться об охране окружающей природы: не допускать повреждений лесов, сельскохозяйственных угодий, не загрязнять водоемы.

ГЛАВА 1  
ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ

**1.1. Понятие о форме и размерах Земли**

*Физическая поверхность* Земли, состоящая из суши и водной поверхности, имеет сложную форму. *Суша* представляет собой сочетание низменностей и возвышенностей, высоты которых над уровнем моря достигают 8...9 км.

Задача определения формы и размеров Земли включает в себя: установление формы и размеров некоторой типичной фигуры — математической поверхности Земли; изучение отступлений физической поверхности Земли от ее математической поверхности.

За математическую поверхность Земли принимают *уровненную поверхность*, которая представляет собой поверхность воды океанов в ее спокойном состоянии, мысленно продолженную под материи.

Уровненная поверхность обладает следующим свойством: в каждой данной точке ее поверхность перпендикулярна отвесной линии, проходящей через эту точку. В общем уровенная поверхность Земли не совпадает с поверхностью ни одной математической фигуры и представляет собой неправильную форму, которая называется *геоидом*.

В качестве первого приближения Землю принимают за шар. Более точные исследования показали, что математическая форма Земли больше соответствует поверхности эллипсоида, получающегося от вращения эллипса вокруг его малой оси (рис. 1.1).

В 1946 г. под руководством проф. Ф. Н. Красовского были вычислены размеры земного эллипсоида: большая полуось  $a = 6\,378\,245$  м, малая полуось  $b = 6\,356\,863$  м и сжатие

$$\alpha = (a - b)/a = 1 : 298,3.$$

Такой эллипсоид называют *референц-эллипсоидом Красовского*.

Его поверхность отклоняется от уровенной на величину не более 150 м.

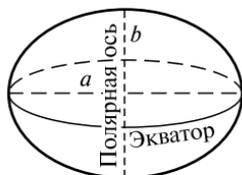


Рис. 1.1. Земной эллипсоид

## 1.2. Метод проекций в геодезии

Пусть многоугольник  $ABCDE$  (рис. 1.2) представляет собой часть земной поверхности. Возьмем плоскость  $PQ$  и опустим из каждой вершины многоугольника перпендикуляры на эту плоскость. Основания этих перпендикуляров обозначим соответственно через  $a, b, c, d, e$ . Полученные на плоскости точки называются ортогональными (прямоугольными) проекциями точек пространства; линии  $ab, bc, \dots$  называются ортогональными проекциями линий  $AB, BC, \dots$ , а углы  $abc, bcd, \dots$  — ортогональными проекциями углов  $ABC, BCD, \dots$ . Плоский многоугольник  $abcde$  является ортогональной проекцией пространственного многоугольника  $ABCDE$ .

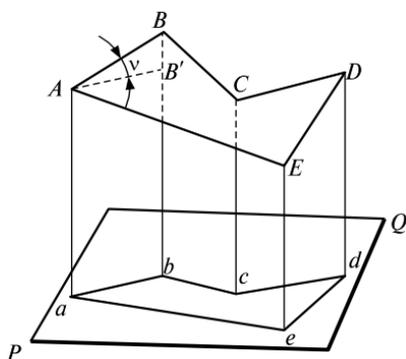


Рис. 1.2. Ортогональная проекция

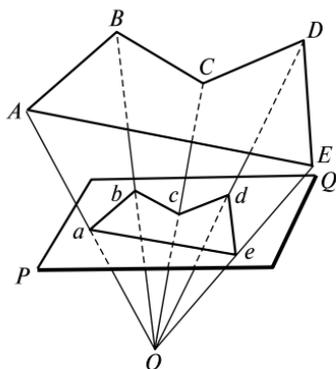


Рис. 1.3. Центральная проекция

Другая имеющая важное значение в геодезии проекция называется *центральной*. Суть ее заключается в следующем. Возьмем произвольную точку  $O$  (рис. 1.3) и соединим ее со всеми вершинами многоугольника  $ABCDE$ , находящегося на земной поверхности. Полученные в пересечении с горизонтальной плоскостью  $PQ$  точки  $a, b, c, d, e$  и будут центральными проекциями точек  $A, B, C, D, E$ .

Плоский многоугольник  $abcde$  называется центральной проекцией многоугольника  $ABCDE$ .

## 1.3. Определение положения точек на земной поверхности

Положение точек на земной поверхности может быть определено в различных системах координат.

**Системы географических и геодезических координат.** Система географических координат является единой системой для всех точек Земли. При этом уровенная поверхность принимается за поверхность сферы. За начало отсчета в географической системе координат принимают начальный меридиан  $PM_0P_1$ , проходящий через центр Гринвичской обсерватории на окраине Лондона, и плоскость экватора  $EQ$  (рис. 1.4, а).

Положение всякой точки  $M$  на сфере в этой системе координат определяется углом  $\varphi$ , образованным радиусом-вектором  $MO$  с плоскостью экватора, и углом  $\lambda$ , составленным плоскостью меридиана  $PMP_1$  данной точки с плоскостью начального меридиана.

Угол  $\varphi$ , называемый *географической широтой*, отсчитывается от плоскости экватора к северу и югу от 0 до  $90^\circ$ . Широты точек, расположенных в северном полушарии, называют *северными*, а в южном — *южными*.

Угол  $\lambda$ , называемый *географической долготой*, отсчитывается от плоскости начального меридиана к востоку и западу от 0 до  $180^\circ$ . Точки, расположенные восточнее начального меридиана, имеют *восточные* долготы, а западнее — *западные*.

Система геодезических координат определяет положение точек на поверхности эллипсоида вращения (рис. 1.4, б).

Под геодезической широтой  $B$  точки  $M$  понимают угол между нормалью  $MO_1$  к поверхности эллипсоида и плоскостью экватора, а под геодезической долготой  $L$  — двугранный угол между начальным меридианом и меридианом данной точки.

Если широта и долгота отнесены к уровенной поверхности Земли, то такую систему называют *астрономической*. В геодезических работах различиями между астрономическими и геодезическими координатами не пренебрегают. Более того, эти различия являются предметом особого изучения.

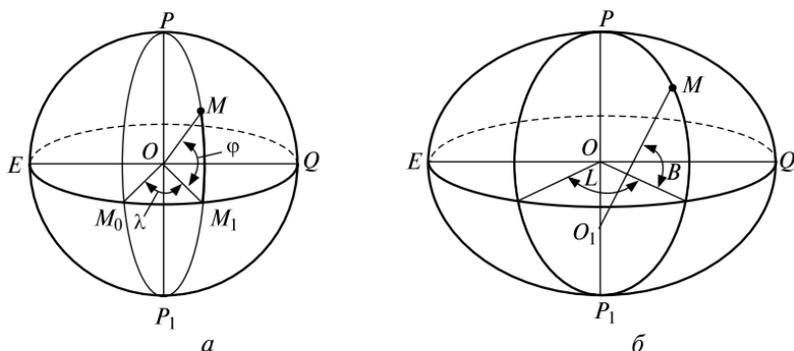


Рис. 1.4. Системы координат:

а — географическая; б — геодезическая

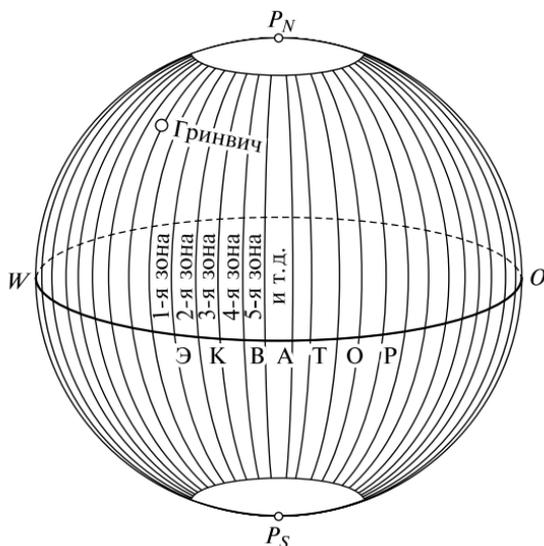


Рис. 1.5. Деление земного шара на зоны

**Зональная система прямоугольных координат Гаусса.** Чтобы установить связь между географическими координатами любой точки Земли и прямоугольными той же точки на плоскости, применяют способ проектирования поверхности земного шара на плоскость по частям, которые называются *зонами*. При этом земной шар делят меридианами на шести- или трехградусные зоны (рис. 1.5). Счет зон ведется на восток от Гринвичского меридиана.

Прежде чем спроектировать такую зону на плоскость, ее проектируют на поверхность цилиндра, который располагают так, чтобы его ось проходила через центр земного шара и находилась в плоскости земного экватора. При этом земной шар должен касаться цилиндра по среднему меридиану данной зоны. После этого цилиндр разворачивают на плоскости и получают на ней изображение проекции данной зоны. Такая проекция называется *проекцией Гаусса — Крюгера*.

В такой системе начало координат для всех зон принимается в точке пересечения осевого меридиана данной зоны с экватором. Координатными осями являются соответственно ось абсцисс и ось ординат (рис. 1.6). Абсциссы, отсчитываемые от экватора к северному полюсу, считаются положительными, к южному — отрицательными; значения ординат от осевого меридиана на восток — положительными, на запад — отрицательными. Точка  $A$  будет иметь следующие координаты: абсциссу  $x_A$  и ординату  $y_A$ .

Так как территория Российской Федерации расположена в северном полушарии, то все абсциссы для всех ее точек положи-

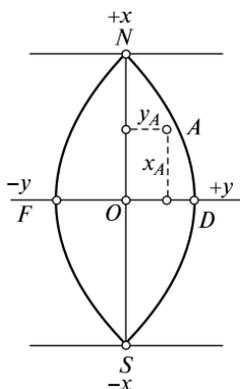


Рис. 1.6. Зональная система координат

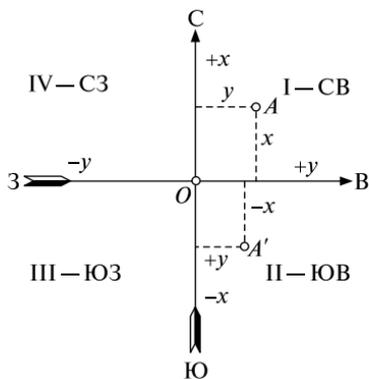


Рис. 1.7. Система прямоугольных координат

тельны. Чтобы избежать отрицательных значений ординат, ординату осевого меридиана зоны принимают не за нуль, а за 500 км, т.е. начало координат в каждой зоне перемещают на 500 км к западу. При этом принята следующая система записи ординат: например, запись 7 382 000 указывает на то, что точка находится в седьмой зоне и ее ордината равна 118 000 м (382 000 ... 500 000).

**Система прямоугольных координат.** В геодезической практике положение точек часто определяют плоскими прямоугольными координатами. В этой системе плоскость координат совпадает с плоскостью горизонта в данной точке  $O$ , являющейся началом этих координат; ось  $x$  всегда направлена на север, а ось  $y$  — на восток. Северное направление оси абсцисс считается положительным (+), южное — отрицательным (-); направление оси ординат считается положительным на восток и отрицательным на запад.

Оси координат делят плоскость чертежа на четыре части, которые называются *координатными четвертями*: I—СВ, II—ЮВ, III—ЮЗ, IV—СЗ (рис. 1.7).

**Полярная система координат.** В полярной системе координат (рис. 1.8) положение любой точки  $A$  на плоскости определяется радиусом-вектором  $r$ , исходящим из точки  $O$ , называемой *полюсом*, и углом  $\beta$ , отсчитываемым по ходу часовой стрелки от линии  $OX$  (полярной оси) до радиуса-вектора. Положение полярной оси на плоскости можно выбирать произвольно; иногда его совмещают с направлением меридиана, проходящего через полюс  $O$ .

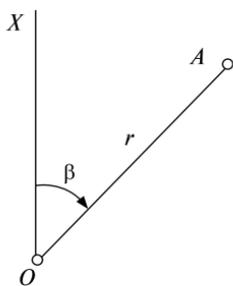


Рис. 1.8. Полярная система координат

**Абсолютные, условные и относительные высоты.** Спроектируем точку  $A$  (рис. 1.9) физи-



Рис. 1.9. Абсолютные и условные отметки

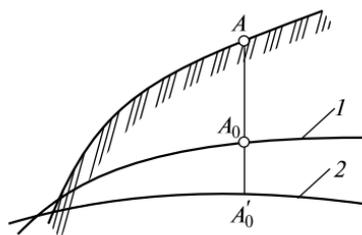


Рис. 1.10. Система высот:  
1 — эллипсоид; 2 — геоид

ческой поверхности Земли по направлению отвесной линии на уровенную поверхность. Высота  $H_A$  этой точки, измеряемая от уровня моря, называется *абсолютной*, а  $H_{A_{усл}}$ , измеряемая от произвольной уровенной поверхности, — *условной*. *Относительной высотой*, или *превышением*, точки называется высота ее над другой точкой земной поверхности; она обозначается через  $h_A$ . Например, превышение точки  $A$  над точкой  $B$  составит  $h_A = H_A - H_B$ . Для определения высоты уровня моря на его берегу надежно закрепляют в вертикальном положении рейку с делениями — *футшток* и периодически фиксируют уровень моря относительно этой рейки.

В Российской Федерации высоты точек физической поверхности Земли отсчитывают от нуля Кронштадтского футштока (черта на медной доске, установленной в гранитном устое моста через Обводной канал в г. Кронштадте).

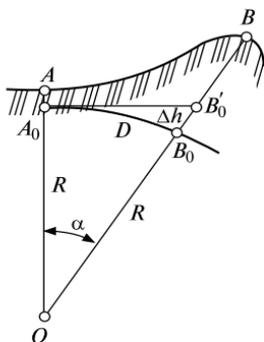
Числовые значения высот точек называют *отметками*.

В случае выполнения геодезических работ на больших площадях приходится учитывать несовпадение поверхностей референц-эллипсоида и геоида (рис. 1.10). Поэтому различают высоты *геодезические*, измеряемые от поверхности эллипсоида, и *гипсометрические*, измеряемые от поверхности геоида.

#### 1.4. Влияние кривизны Земли на измерение горизонтальных и вертикальных расстояний

В практике геодезических работ на незначительных по размерам участках уровенную поверхность принимают за плоскость. Это влечет за собой появление погрешностей в определении расстояний и высот точек, которые возрастают с увеличением площадей участков.

Пусть точки  $A_0$  и  $B_0$  (рис. 1.11) — горизонтальные проекции точек  $A$  и  $B$  поверхности Земли на уровенную поверхность, принимаемую за сферу радиуса  $R$ . В точке  $A_0$  проведем касательную



плоскость до пересечения ее с прямой  $BB_0$  в точке  $B'_0$ . Тогда замена урванной поверхности  $A_0B_0$  горизонтальной плоскостью  $A_0B'_0$  повлечет за собой погрешность: в горизонтальном расстоянии

$$\Delta D = A_0B'_0 - A_0B_0,$$

в вертикальном расстоянии

$$\Delta h = OB'_0 - OB_0.$$

Рабочие формулы для вычисления этих погрешностей имеют следующий вид:

$$\Delta D = R\alpha^3/3 = D^3/(3R^2); \quad (1.1)$$

$$\Delta h = R\alpha^2/2 = D^2/(2R). \quad (1.2)$$

Рис. 1.11. Определение горизонтальных и вертикальных расстояний

Приняв  $R = 6371$  км и  $D = 10$  км, по формуле (1.1) получим  $\Delta D = 1$  см, или

$$\Delta D/D = 1 : 1\,000\,000.$$

Такая погрешность считается допустимой при самых точных геодезических работах. Поэтому если изображаемый участок земной поверхности не выходит за пределы круга диаметром 20 км, то соответствующую ему часть урванной поверхности можно принять за плоскость. С увеличением  $D$  погрешность  $\Delta D$  растет очень быстро, так как она пропорциональна кубу расстояний.

Подставляя в формулу (1.2) различные числовые значения  $D$ , получим значения  $\Delta h$ :

$D$ , км .....	0,1	1	2	3	10
$\Delta h$ , см .....	0,078	7,8	31	71	780

Поэтому при измерении вертикальных расстояний необходимо определять величину  $\Delta h$  для данных условий и, в соответствии с требованиями к точности, учитывать или пренебрегать влиянием кривизны Земли.

### Контрольные вопросы

1. Что такое физическая и урванная поверхности Земли?
2. Обоснуйте понятия ортогональной и центральной проекций в геодезии.
3. Что называется географической широтой и долготой?
4. Дайте определения геодезической широты и долготы.
5. Какие системы координат применяются в геодезии?
6. Что называется абсолютной и условной высотой точки на земной поверхности?

7. Что такое относительная высота точки на земной поверхности?
8. Что называется отметкой точки на земной поверхности?
9. Каким образом измеряют геодезическую и гипсометрическую высоты точки на земной поверхности?
10. Назовите границы, при которых уровенную поверхность можно считать за плоскость при измерении расстояний.
11. Укажите границы, при которых уровенную поверхность можно считать за плоскость при измерении превышений.

## ГЛАВА 2

### ОРИЕНТИРОВАНИЕ ЛИНИЙ НА МЕСТНОСТИ. ПРЯМАЯ И ОБРАТНАЯ ГЕОДЕЗИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ НА ПЛОСКОСТИ

#### 2.1. Сближение меридианов.

#### Склонение магнитной стрелки. Азимуты. Дирекционные углы. Румбы

*Ориентированием линии* называется определение ее направления на местности относительно некоторого направления, принятого за начальное. За начальные принимают направления истинного  $N_{и}$ , магнитного  $N_{м}$  меридианов и направление  $N_{о}$ , параллельное осевому меридиану зоны или оси  $x$  зональной системы прямоугольных координат (рис. 2.1).

Направление истинного меридиана в данной точке определяется с помощью астрономических наблюдений, магнитного — с помощью магнитной стрелки, которая под действием земного магнетизма устанавливается в направлении магнитного меридиана.

Угол  $\gamma$ , отсчитываемый от северного направления истинного меридиана  $N_{и}$  до параллели осевому меридиану  $N_{о}$ , называется *зональным сближением меридианов*. Если параллель осевого меридиана располагается восточнее истинного меридиана, то сближение называется восточным, и перед величиной  $\gamma$  ставят знак плюс. Если сближение меридианов западное, то величине  $\gamma$  приписывается знак минус.

Угол  $\delta$ , отсчитываемый от северного направления истинного меридиана  $N_{и}$  до магнитного меридиана  $N_{м}$ , называется *склонением магнитной стрелки*. Если

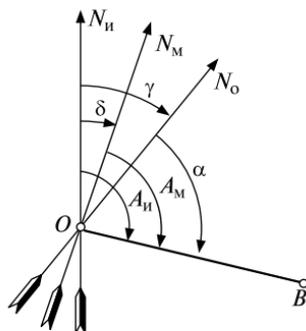


Рис. 2.1. Ориентирование линий на местности

магнитный меридиан располагается восточнее истинного меридиана, то склонение называется восточным, и перед величиной  $\delta$  ставят знак плюс. Западному склонению приписывается знак минус.

Для ориентирования линий на местности служат азимуты, дирекционные углы и румбы.

*Азимутом линии* называется угол, отсчитываемый от северного направления меридиана по ходу часовой стрелки до ориентируемой линии. Азимуты могут иметь значения от 0 до 360°. Азимут называют *истинным*  $A_{и}$ , если его измеряют от истинного меридиана  $N_{и}$ , и *магнитным*  $A_{м}$ , если его отсчитывают от магнитного меридиана  $N_{м}$ .

*Дирекционный угол*  $\alpha$  называется горизонтальный угол, отсчитываемый по ходу часовой стрелки от северного направления осевого меридиана зоны или от линии, ему параллельной, до ориентируемой линии. Дирекционные углы могут принимать значения от 0 до 360°.

**Сближение меридианов.** Пусть  $l$  — расстояние между точками  $A$  и  $B$ , расположенными на параллели с широтой  $\varphi$  (рис. 2.2). Проведем в точках  $A$  и  $B$  касательные к меридианам, проходящим через эти точки, в пересечении получим точку  $T$ . Линии  $AT$  и  $BT$  называются *полуденными*, а угол  $\gamma$  между ними — *углом сближения меридианов*, или *сближением меридианов*, в точках  $A$  и  $B$ .

При небольшом значении угла  $\gamma$  расстояние  $l$  можно принять за дугу радиуса  $TA$ . Рассматривая спектр  $ATB$  и треугольник  $OAT$ , можно записать

$$\gamma = l/AT, \quad AT = R \operatorname{tg}(90^\circ - \varphi) = R/\operatorname{tg} \varphi.$$

Следовательно,

$$\gamma = (l/R) \operatorname{tg} \varphi.$$

Выражая  $\gamma$  в минутах, получим

$$\gamma' = (l/R) \operatorname{tg} \varphi \cdot 3438'.$$

При  $R = 6371$  км и  $l = 1$  км имеем

$$\gamma' \approx 0,54 \operatorname{tg} \varphi,$$

т.е. приблизительно сближение меридианов на 1 км (выраженное в минутах) равно половине тангенса широты точек, для которых определяется сближение меридианов. Если известны долготы меридианов, проходящих через точки  $A$  и  $B$ , то сближение меридианов можно определить по формуле

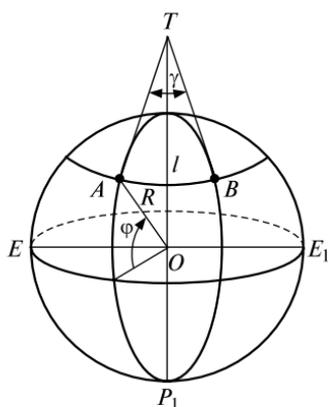


Рис. 2.2. Определение сближения меридианов

$$\gamma \approx \Delta\lambda \sin \varphi, \quad (2.1)$$

где  $\Delta\lambda$  — разность долгот меридианов, проходящих через точки  $A$  и  $B$ .

Если один из меридианов является осевым, а другой располагается в пределах той же зоны, то сближение называется *зональным*.

**Зависимости между дирекционным углом, истинным и магнитным азимутами линии.** Рассмотрим зависимость между истинным азимутом  $A_{и}$  линии  $OB$  и дирекционным углом  $\alpha$  этой же линии (см. рис. 2.1). Если  $N_0$  — параллель осевому меридиану зоны, а  $\gamma$  — сближение меридианов, то

$$A = \alpha + \gamma. \quad (2.2)$$

Зональное сближение меридианов  $\gamma$  приводится на топографических картах местности или может быть вычислено по формуле (2.1).

Рассмотрим зависимость между истинным и магнитным азимутами. Пусть  $A_{и}$  — истинный азимут линии  $OB$ ,  $A_{м}$  — магнитный азимут той же линии, а  $\delta$  — склонение магнитной стрелки (см. рис. 2.1). Тогда

$$A_{и} = A_{м} + \delta. \quad (2.3)$$

Магнитное склонение для данной местности можно получить на ближайшей метеорологической станции, по топографической карте или специальной карте склонений.

Для получения зависимости между дирекционным углом и магнитным азимутом приравняем правые части равенства (2.2) и (2.3):

$$\alpha + \gamma = A_{м} + \delta \text{ или } \alpha = A_{м} + \delta - \gamma.$$

**Прямые и обратные дирекционные углы и азимуты.** Рассмотрим зависимость между прямым  $\alpha_{AB}$  и обратным  $\alpha_{BA}$  дирекционными углами линии  $AB$ . Из рис. 2.3 имеем

$$\alpha_{BA} = \alpha_{AB} + 180^\circ. \quad (2.4)$$

Для определения зависимости между истинными азимутами линий  $AB$  и  $BA$  воспользуемся рис. 2.4. Если  $\gamma$  — сближение меридианов между точками  $A$  и  $B$ , то

$$A_{BA} = A_{AB} + 180^\circ - \gamma.$$

**Зависимость между горизонтальными углами и дирекционными углами сторон хода.** Пусть имеем две стороны хода

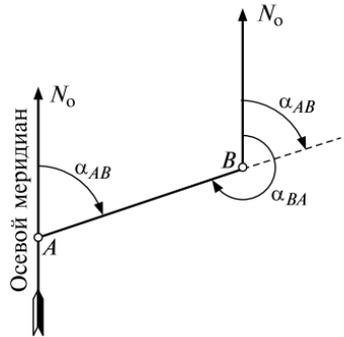


Рис. 2.3. Зависимость между прямым и обратным дирекционными углами

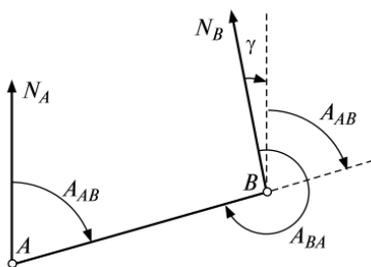


Рис. 2.4. Зависимость между прямым и обратным истинными азимутами

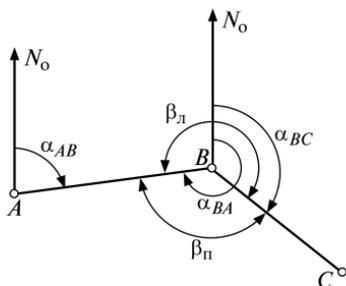


Рис. 2.5. Зависимость между дирекционными углами сторон хода

$AB$  и  $BC$  (рис. 2.5). Дирекционный угол  $\alpha_{AB}$  стороны  $AB$  будем считать известным. Если правый по ходу угол обозначить через  $\beta_{п}$ , то

$$\alpha_{BC} = \alpha_{BA} - \beta_{п}$$

Подставляя значение  $\alpha_{BA}$  из формулы (2.4), получим

$$\alpha_{BC} = \alpha_{AB} + 180^\circ - \beta_{п}$$

Если бы мы имели при точке  $B$  не правый, а левый угол  $\beta_{л}$ , то получили бы формулу

$$\alpha_{BC} = \alpha_{AB} + 180^\circ + \beta_{л}$$

**Румбы.** Румбом  $r$  называется горизонтальный угол (острый), отсчитываемый от ближайшего (северного или южного) направления меридиана до ориентируемой линии. Следовательно, румбы могут принимать значения только от  $0$  до  $90^\circ$ . Для того чтобы определить румбом направление данной линии относительно меридиана, необходимо кроме его числового значения указать название четверти, в которой эта линия находится. Румбы, как и азимуты, бывают истинные ( $r_{п}$ ) и магнитные ( $r_{м}$ ).

Зависимость между дирекционными углами и румбами показана на рис. 2.6, а формулы для перехода приведены в табл. 2.1.

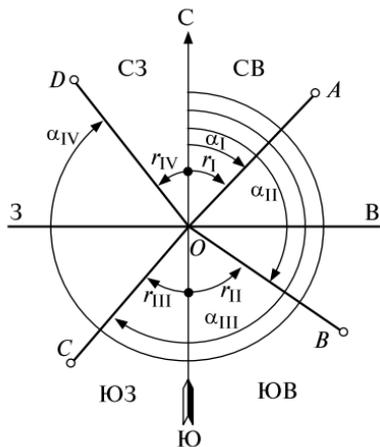


Рис. 2.6. Зависимость между дирекционными углами и румбами

Четверть	$\alpha, ^\circ$	$r$
I (СВ)	0...90	$\alpha$
II (ЮВ)	90...180	$180^\circ - \alpha$
III (ЮЗ)	180...270	$\alpha - 180^\circ$
IV (СЗ)	270...360	$360^\circ - \alpha$

## 2.2. Прямая и обратная геодезические задачи на плоскости

**Прямая задача.** Пусть  $AB$  (рис. 2.7) — линия на местности, для которой известны ее горизонтальное проложение (проекция линии на горизонтальную плоскость)  $d$ , дирекционный угол  $\alpha$  и координаты начальной точки  $A(x_1, y_1)$ . Требуется определить координаты второй точки  $B(x_2, y_2)$ . Согласно рис. 2.7,

$$x_2 - x_1 = \Delta x; \quad y_2 - y_1 = \Delta y.$$

Разности  $\Delta x$  и  $\Delta y$  координат точек последующей и предыдущей называют *приращениями координат*.

Из прямоугольного треугольника  $ABC$  имеем

$$\Delta x = d \cos \alpha; \quad \Delta y = d \sin \alpha.$$

Знаки  $\Delta x$  и  $\Delta y$  зависят от знаков  $\cos \alpha$  и  $\sin \alpha$  (табл. 2.2).

С помощью румбов  $\Delta x$  и  $\Delta y$  можно вычислить по следующим формулам:

$$\Delta x = d \cos r; \quad \Delta y = d \sin r.$$

Тогда искомые координаты точки  $B$  будут следующими:

$$x_2 = x_1 + \Delta x; \quad y_2 = y_1 + \Delta y.$$

**Обратная задача.** По данным координатам точек  $A$  и  $B$  найти горизонтальное проложение  $d$  и дирекционный угол  $\alpha$  (см. рис. 2.7).

Из прямоугольного треугольника  $ABC$  имеем

$$\operatorname{tg} \alpha = \Delta y / \Delta x; \quad (2.5)$$

$$d = \Delta x / \cos \alpha = \Delta y / \sin \alpha. \quad (2.6)$$

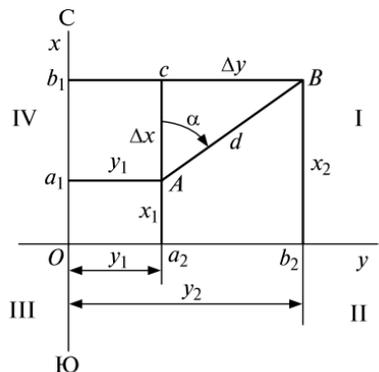


Рис. 2.7. Решение прямой и обратной задач на плоскости

Приращение	Знаки $\Delta x$ и $\Delta y$ для четверти, в которую направлена линия			
	СВ	ЮВ	ЮЗ	СЗ
$\Delta x$	+	-	-	+
$\Delta y$	+	+	-	-

При работе на вычислительных машинах формулу (2.6) удобнее привести к следующему виду:

$$d = \Delta x \sec \alpha = \Delta y \operatorname{cosec} \alpha. \quad (2.7)$$

Формула (2.7) дает более точные результаты, чем формула (2.6), так как  $\sec \alpha$  и  $\operatorname{cosec} \alpha$  имеют больше значащих цифр, чем  $\sin \alpha$  и  $\cos \alpha$  при одном и том же числе десятичных знаков у этих функций.

### 2.3. Измерения и построения в геодезии

Под *измерениями* понимают процесс сравнения какой-либо величины с другой однородной величиной, принимаемой за единицу. При всем многообразии геодезических измерений все они сводятся в основном к трем видам:

линейные — определяются расстояния между заданными точками;

угловые — определяются значения горизонтальных и вертикальных углов между направлениями на заданные точки;

высотные (нивелирование) — определяются разности высот отдельных точек.

За единицу линейных и высотных измерений (расстояний, высот и превышений) в геодезии принят метр, представляющий собой длину жезла — эталона, изготовленного из платино-иридиевого сплава в 1889 г. и хранящегося в Международном бюро мер и весов в Париже. Копия № 28 этого жезла находится в НИИ метрологии им. Д. И. Менделеева в Санкт-Петербурге. В качестве эталона более высокой точности в настоящее время служит метр, определенный как длина пути, пройденного светом за  $1/299792548$  доли секунды.

Единицей для измерений углов (горизонтальных и вертикальных) служит градус, представляющий собой  $1/90$  прямого угла или  $1/360$  окружности. Градус содержит  $60'$ , минута делится на  $60''$ . В некоторых странах применяют градусную систему, в которой 1 град составляет  $1/400$  окружности, градусная минута —  $1/100$  град, а градусная секунда —  $1/100$  град мин.

В современных автоматизированных угломерных приборах единицей измерений служит гон, равный 1 град или 54'; тысячная его доля, равная 3,24", называется *миллигоном*.

Измерения называют *прямыми*, если их выполняют с помощью приборов, позволяющих непосредственно сравнить измеряемую величину с величиной, принятой за единицу, и *косвенными*, когда искомую величину получают путем вычислений на основе результатов прямых измерений. Так, угол в треугольнике можно непосредственно измерить угломерным прибором (прямое измерение) или вычислить по результатам измерения трех сторон треугольника (косвенное измерение).

Необходимыми условиями любого измерения являются: объект измерения; субъект измерения — лицо, производящее измерение; мерный прибор, которым выполняют измерения; метод измерения — совокупность правил и действий, определяющих процесс измерения; внешняя среда, в которой выполняют измерения.

Обозначенные на местности точки, от которых выполняют геодезические измерения, называются *исходными*. Точки, положение которых на местности необходимо определить, называют *определяемыми*.

Исходные и определяемые точки могут располагаться в горизонтальной плоскости в плане (плановые точки) и вертикальной — по высоте (высотные точки).

Рассмотрим шесть основных геодезических способов построения, применяемых для определения положения точки в плане.

Требуется определить положение точки *C* относительно обозначенных на местности исходных точек *A* и *B*.

1. Положение точки *C* (рис. 2.8, *a*) можно определить, если опустить из этой точки перпендикуляр на прямую *AB*, а затем измерить расстояние *l* от точки *A* до основания перпендикуляра и длину перпендикуляра *d*. Отрезки *l* и *d* будут координатами точки *C*. Такое построение называют *способом перпендикуляров*.

Если прямую *AB* принять за ось абсцисс прямоугольной системы координат, то перпендикуляр *d* будет ординатой определяемой точки, а расстояние *l* — ее абсциссой. Поэтому способ называют также *способом ординат*.

2. Положение точки *C* (рис. 2.8, *б*) определяется, если измерить на точке *A* угол  $\alpha$  и длину *AC* — *r*. Такой способ называют *способом полярных координат*: полярные координаты точки *C* —  $\alpha$  и *r*, угол  $\alpha$  — полярный, точка *A* — полюс, прямая *AB* — полярная ось, отрезок *r* — радиус-вектор.

3. Для определения положения точки *C* (рис. 2.8, *в*) относительно прямой *AB* достаточно измерить углы  $\alpha$  и  $\beta$  на точках *A* и *B*. Этот способ называют *прямой угловой засечкой* (прямая *AB* — базис засечки).