

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	3
Глава 1. Множества и операции над ними	6
1.1. Множество	6
1.1.1. Понятие множества	6
1.1.2. Способы задания множеств	7
1.1.3. Отношения между множествами	9
Упражнения	11
1.2. Операции над множествами	12
1.2.1. Объединение множеств	12
1.2.2. Пересечение множеств	13
1.2.3. Свойства объединения и пересечения множеств	14
1.2.4. Разность двух множеств. Дополнение	16
1.2.5. Свойства разности и дополнения	17
1.2.6. Разбиение множества на классы. Классификация	19
1.2.7. Декартово произведение множеств	22
1.2.8. Число элементов объединения, разности и декартова произведения двух конечных множеств	25
Упражнения	27
Глава 2. Элементы математической логики	29
2.1. Высказывания и логические операции над ними	29
2.1.1. Понятие высказывания	29
2.1.2. Операции над высказываниями	30
2.1.3. Формулы и функции логики высказываний	34
2.1.4. Равносильность формул	36
Упражнения	39
2.2. Предикаты и логические операции над ними	40
2.2.1. Одноместные и многоместные предикаты	40
2.2.2. Логические операции над предикатами	42
2.2.3. Кванторы общности и существования	45
Упражнения	47
2.3. Строение и виды теорем	48
2.3.1. Строение теоремы	48
2.3.2. Обратные и противоположные предложения и теоремы	50
2.3.3. Необходимые и достаточные условия	52
Упражнения	53

2.4. Анализ рассуждений. Простейшие правила вывода	54
2.4.1. Правильные и неправильные рассуждения	54
2.4.2. Простейшие правила вывода	56
2.4.3. Примеры неправильных рассуждений	60
Упражнения	62
2.5. Определение понятий	63
2.5.1. Объем и содержание понятий	63
2.5.2. Отношения между понятиями	64
2.5.3. Способы определения понятий	65
2.5.4. Корректные и некорректные определения	68
Упражнения	70
Глава 3. Соответствия	71
3.1. Бинарные соответствия	71
3.1.1. Понятие соответствия	71
3.1.2. Способы задания соответствий	74
3.1.3. Виды соответствий	76
Упражнения	78
3.2. Отображения	79
3.2.1. Понятие отображений	79
3.2.2. Виды отображений	81
3.2.3. Равномощные множества	82
Упражнения	86
3.3. Отношения на множестве и их свойства	87
3.3.1. Отношения на множестве	87
3.3.2. Свойства бинарных отношений	89
3.3.3. Отношения эквивалентности	93
3.3.4. Отношения порядка	95
Упражнения	99
Глава 4. Элементы комбинаторики и теории вероятностей	102
4.1. Соединения без повторов	102
4.1.1. Понятие о комбинаторной задаче	102
4.1.2. Правила суммы и произведения	103
4.1.3. Перестановки без повторов	105
4.1.4. Размещение без повторов	106
4.1.5. Сочетания без повторов	108
4.1.6. Простейшие свойства числа сочетаний	109
Упражнения	110
4.2. Соединения с повторениями	111
4.2.1. Перестановки с повторениями	111
4.2.2. Размещения с повторениями	113
4.2.3. Число подмножеств конечного множества	114
4.2.4. Сочетания с повторениями	115
Упражнения	117

4.3. Элементы теории вероятностей	118
4.3.1. Основные понятия теории вероятностей	118
4.3.2. Классическое определение вероятности	121
4.3.3. Теоремы сложения и умножения вероятностей	124
4.3.4. Полная вероятность. Формула Байеса	128
Глава 5. Алгебраические операции и структуры	131
5.1. Алгебраические операции	131
5.1.1. Понятие алгебраической операции	131
5.1.2. Свойства алгебраических операций	133
Упражнения	136
5.2. Алгебраические структуры	136
5.2.1. Понятие алгебраической структуры	136
5.2.2. Группы. Кольца. Поля	137
Упражнения	140
Глава 6. Различные подходы к понятию целого неотрицательного числа	141
6.1. Аксиоматическое построение множества целых неотрицательных чисел	141
6.1.1. Понятие об аксиоматическом методе построения теории	141
6.1.2. Аксиомы Пеано. Определение целого неотрицательного числа	142
6.1.3. Способы математических доказательств. Метод математической индукции	143
Упражнения	147
6.2. Сложение целых неотрицательных чисел	148
6.2.1. Существование и единственность сложения	148
6.2.2. Законы сложения	151
Упражнения	153
6.3. Умножение целых неотрицательных чисел	153
6.3.1. Существование и единственность умножения	153
6.3.2. Законы умножения	157
Упражнения	159
6.4. Свойства множества целых неотрицательных чисел	160
6.4.1. Отношение порядка на множестве целых неотрицательных чисел	160
6.4.2. Свойства монотонности сложения и умножения	163
Упражнения	164
6.5. Вычитание и деление целых неотрицательных чисел	165
6.5.1. Вычитание как операция, обратная сложению	165
6.5.2. Деление как операция, обратная умножению	167
6.5.3. Деление с остатком	170
Упражнения	171
6.6. Теоретико-множественный подход к построению множества целых неотрицательных чисел	173

6.6.1. Краткие исторические сведения о возникновении понятия натурального числа	173
6.6.2. Понятие натурального числа и нуля	174
6.6.3. Счет. Порядковые и количественные натуральные числа	176
6.6.4. Отношения «равно», «меньше» и «больше» на множестве целых неотрицательных чисел	178
6.6.5. Сумма целых неотрицательных чисел. Существование и единственность суммы	180
6.6.6. Разность целых неотрицательных чисел	182
6.6.7. Произведение целых неотрицательных чисел. Существование и единственность произведения	186
6.6.8. Частное целых неотрицательных чисел	190
Упражнения	192
6.7. Натуральное число как мера величины	193
6.7.1. Понятие натурального числа как меры длины отрезка	193
6.7.2. Арифметические операции над натуральными числами как мерами длин отрезков	195
Упражнения	199
Глава 7. Системы счисления	200
7.1. Позиционные и непозиционные системы счисления	200
7.1.1. Краткие исторические сведения о системах счисления	200
7.1.2. Запись чисел в позиционных системах счисления	202
Упражнения	204
7.2. Десятичная система счисления	205
7.2.1. Запись чисел в десятичной системе счисления	205
7.2.2. Арифметические операции над числами в десятичной системе счисления	206
Упражнения	214
7.3. Позиционные системы счисления, отличные от десятичной	215
7.3.1. Арифметические операции над систематическими числами	215
7.3.2. Переход от одной позиционной системы счисления к другой.	217
Упражнения	220
Глава 8. Основы теории делимости	222
8.1. Делимость целых неотрицательных чисел	222
8.1.1. Отношение делимости и ее свойства	222
8.1.2. Делимость суммы, разности и произведения целых неотрицательных чисел	223
8.1.3. Признаки делимости	224
Упражнения	227

8.2. Наибольший общий делитель и наименьшее общее	
кратное	227
8.2.1. Наибольший общий делитель и алгоритм Евклида	227
8.2.2. Свойства наибольшего общего делителя	230
8.2.3. Взаимно простые числа	231
8.2.4. Наименьшее общее кратное	233
Упражнения	235
8.3. Простые и составные числа	236
8.3.1. Простые числа	236
8.3.2. Распределение простых чисел в натуральном ряду	237
8.3.3. Разложение чисел на простые множители	240
Упражнения	244