

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение	3
Глава 1. Поля направлений на плоскости	5
1.1. Уравнение в дифференциалах	5
1.2. Общее решение	11
1.3. Автономное уравнение	15
1.4. Уравнение с разделяющимися переменными	20
Глава 2. Существование и единственность решений	25
2.1. Локальная теорема существования и единственности	25
2.2. Нормы в конечномерных пространствах	28
2.3. Равномерная метрика	32
2.4. Доказательство локальной теоремы	34
2.5. Единственность решения	38
2.6. Теорема существования	39
2.7. Продолжаемость решений	45
2.8. Непродолжаемые решения линейной системы	52
2.9. Каноническая замена переменных	56
2.10. Теоремы существования, единственности и продолжаемости для уравнения	59
2.11. Уравнение, не разрешенное относительно производной	63
2.12. Метод введения параметра	69
Глава 3. Общая теория линейных уравнений и систем	76
3.1. Общее решение однородной системы	76
3.2. Фундаментальная матрица и оператор Коши	78
3.3. Определитель Вронского и формула Лиувилля — Остроградского	82
3.4. Общее решение неоднородной системы	86
3.5. Линейные периодические системы	89
3.6. Общее решение линейного уравнения	92
3.7. Определитель Вронского скалярных функций	95
3.8. Метод вариации постоянных	99
3.9. Краевая задача	102
3.10. Нули решений уравнения второго порядка	107
3.11. Оценки колеблемости	111
Глава 4. Линейные уравнения и системы с постоянными коэффициентами	118
4.1. Экспонента и логарифм оператора	118
4.2. Комплексификация оператора и системы	121
4.3. Метод жордановых форм	124

4.4. Теория Флоке — Ляпунова	129
4.5. Метод неопределенных коэффициентов	132
4.6. Характеристический многочлен	135
4.7. Решение однородного уравнения	137
4.8. Уравнение с квазимногочленом в правой части	141
4.9. Явление резонанса	144
Глава 5. Зависимость решений от параметров	150
5.1. Непрерывная зависимость от правых частей	150
5.2. Компактно-открытая топология	154
5.3. Непрерывность по параметру	158
5.4. Дифференцируемость по параметру	162
5.5. Система в вариациях	168
5.6. Разложение решений по параметру	170
5.7. Зависимость решений уравнений от параметра	174
Глава 6. Устойчивость по Ляпунову	183
6.1. Определение устойчивости	183
6.2. Устойчивость решений линейной системы	187
6.3. Функция Ляпунова	192
6.4. Леммы Ляпунова и теорема Четаева	194
6.5. Система первого приближения	201
6.6. Доказательство теоремы Ляпунова	204
6.7. Показатели Ляпунова	208
Глава 7. Автономные системы	215
7.1. Фазовое пространство	215
7.2. Фазовый поток	216
7.3. Три типа фазовых кривых	220
7.4. Выпрямление фазовых траекторий	223
7.5. Первый интеграл автономной системы	226
7.6. Независимые первые интегралы	229
7.7. Одномерное фазовое пространство	233
7.8. Двумерное фазовое пространство	238
7.9. Интеграл энергии для уравнения Ньютона	242
7.10. Особые точки на плоскости	245
7.11. Свойства циклов	252
7.12. Предельные множества	257
7.13. Предельный цикл на плоскости	259
Глава 8. Уравнения в частных производных первого порядка	267
8.1. Линейное уравнение	267
8.2. Задача Коши	269
8.3. Квазилинейное уравнение	274
8.4. Решение задачи Коши	277
Список литературы	282