

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	3
Глава 1. Проективная геометрия	4
§ 1.1. Проективное пространство.....	4
§ 1.2. Свойства проективного пространства и проективной плоскости.....	6
§ 1.3. Модели проективной прямой.....	9
§ 1.4. Модели проективной плоскости	10
§ 1.5. Теорема Дезарга	14
§ 1.6. Принцип двойственности на проективной плоскости.....	18
§ 1.7. Координаты точек на проективной прямой	20
§ 1.8. Координаты точек на проективной плоскости	25
§ 1.9. Уравнения проективной прямой на проективной плоскости.....	30
§ 1.10. Формулы преобразования координат на проективной плоскости и проективной прямой	32
§ 1.11. Сложное отношение четырех точек проективной прямой. Построение точек по координатам на расширенной плоскости	36
§ 1.12. Сложное отношение четырех прямых пучка	41
§ 1.13. Проективные отображения проективных прямых	44
§ 1.14. Проективные отображения пучка на пучок.....	48
§ 1.15. Проективные преобразования проективной плоскости.....	51
§ 1.16. Формулы проективных преобразований	55
§ 1.17. Гомологии	57
§ 1.18. Гармонические четверки точек. Полный четырехвершинник.....	61
§ 1.19. Примеры преобразований проективной прямой. Инволюция	63
§ 1.20. Линии второго порядка на проективной плоскости.....	66
§ 1.21. Линии второго порядка на расширенной плоскости.....	69
§ 1.22. Касательная к линии второго порядка	72
§ 1.23. Полюс и поляра. Поляритет	73
§ 1.24. Овальная линия	79
§ 1.25. Модель аффинной плоскости в проективной геометрии.....	85
Задачи для самостоятельного решения	94
Глава 2. Методы изображения	109
§ 2.1. Изображения в школьном курсе геометрии	109
§ 2.2. Параллельное проецирование.....	111

§ 2.3. Аффинное отображение одной плоскости на другую	115
§ 2.4. Изображение плоских фигур в параллельной проекции	119
§ 2.5. Изображение многогранников в параллельной проекции.	
Теорема Польке — Шварца	130
§ 2.6. Изображение цилиндра, конуса и сферы	136
§ 2.7. Полные и неполные изображения. Позиционные задачи	150
§ 2.8. Решение простейших позиционных задач на полных изображениях	169
§ 2.9. Построение сечений многогранников.....	172
§ 2.10. Аксонометрия	176
§ 2.11. Метрические задачи.....	183
Задачи для самостоятельного решения	189
Глава 3. Основания геометрии	191
§ 3.1. «Начала» Евклида. История пятого постулата Евклида.	
Исторический обзор развития геометрии	191
§ 3.2. Система аксиом Гильберта. Обзор следствий из аксиом I и II групп.....	195
§ 3.3. Система аксиом Гильберта. Обзор следствий из аксиом I — V групп.....	206
§ 3.4. Аксиома Лобачевского. Параллельные прямые на плоскости Лобачевского	220
§ 3.5. Треугольники и четырехугольники и их свойства	227
§ 3.6. Свойства параллельных и расходящихся прямых.....	231
§ 3.7. Окружность, эквидистант, орицикл	237
§ 3.8. Общие вопросы аксиоматики. Требования, предъявляемые к системам аксиом	243
§ 3.9. Системы аксиом Вейля трехмерного евклидова пространства, ее непротиворечивость и полнота.....	253
§ 3.10. Выполнение аксиом Гильберта I и II групп в евклидовом пространстве $E_3(W)$	257
§ 3.11. Выполнение аксиом Гильберта III — IV групп в евклидовом пространстве $E_3(W)$	264
§ 3.12. Параллельность прямых и плоскостей в евклидовом пространстве $E_3(W)$	272
Задачи для самостоятельного решения	276
Глава 4. Неевклидовы геометрии	279
§ 4.1. Гиперболическая плоскость Лобачевского.	
Модель Кели — Клейна плоскости Лобачевского	279
§ 4.2. Выполнение аксиом Гильберта плоскости Лобачевского на модели Кели — Клейна	282
§ 4.3. О свойствах параллельных и расходящихся прямых на плоскости Лобачевского	295
§ 4.4. Модель Пуанкаре плоскости Лобачевского	298
§ 4.5. Элементы сферической геометрии	307

§ 4.6. Понятие об эллиптической геометрии	314
Задачи для самостоятельного решения	318
Глава 5. Дифференциальная геометрия	321
§ 5.1. Векторные функции скалярного аргумента.....	321
§ 5.2. Понятие линии.....	327
§ 5.3. Гладкие линии	330
§ 5.4. Касательная. Длина дуги	335
§ 5.5. Сопровождающий трехгранник. Формулы Френе	341
§ 5.6. Натуральные уравнения линии.....	353
§ 5.7 Эволюта и эвольвента плоской линии	357
§ 5.8. Векторная функция двух скалярных аргументов.....	363
§ 5.9. Понятие поверхности. Гладкие поверхности	367
§ 5.10. Касательная плоскость и нормаль поверхности.....	375
§ 5.11. Первая квадратичная форма поверхности	380
§ 5.12. Вторая квадратичная форма поверхности	386
§ 5.13. Нормальная кривизна линии на поверхности. Индикаторы нормальной кривизны. Асимптотические линии поверхности.....	390
§ 5.14. Главные направления поверхности. Линии кривизны	398
§ 5.15. Главные кривизны. Полная и средняя кривизны поверхности	405
§ 5.16. Основные уравнения теории поверхности	413
§ 5.17. Изометрические поверхности. Внутренняя геометрия поверхности. Поверхности постоянной полной кривизны	417
§ 5.18. Геодезическая кривизна линии на поверхности. Геодезические линии поверхности	421
§ 5.19. Экстремальное свойство геодезических линий.....	425
§ 5.20. Теорема Гаусса — Бонне	429
Задачи для самостоятельного решения	431
Ответы и указания	436
Список литературы	442