

**В.И.СЕТКОВ**

# ТЕХНИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА ДЛЯ СТРОИТЕЛЬНЫХ СПЕЦИАЛЬНОСТЕЙ

## УЧЕБНИК

*Рекомендовано  
Федеральным государственным учреждением  
«Федеральный институт развития образования»  
в качестве учебника для использования в учебном процессе  
образовательных учреждений, реализующих программы  
среднего профессионального образования*

*Регистрационный номер рецензии 049  
от 12 марта 2010 г. ФГУ «ФИРО»*

5-е издание, стереотипное



Москва  
Издательский центр «Академия»  
2014

УДК 531.8(075.32)  
ББК 30.12я723  
С334

Рецензенты:

преподаватель высшей категории дисциплины «Техническая механика»,  
председатель цикловой комиссии общепрофессиональных дисциплин  
Кировского государственного колледжа строительства,  
экономики и права *О. Е. Корякина*;  
зав. лабораторией ФГОУ «ЦУМК» по разработке  
учебно-методической документации *Ю. С. Шевель*

### **Сетков В. И.**

С334 Техническая механика для строительных специальностей :  
учебник для студ. учреждений сред. проф. образования /  
В. И. Сетков. — 5-е изд., стер. — М. : Издательский центр «Ака-  
демия», 2014. — 400 с.

ISBN 978-5-4468-0527-3

Учебник является частью учебно-методического комплекта по дисцип-  
лине «Техническая механика».

Изложена элементарная теория механики абсолютно твердого, абсолют-  
но упругого и реального тел, а также основы расчета простейших конст-  
рукций на прочность, жесткость и устойчивость. Приведено решение боль-  
шого числа примеров, которые максимально приближены к строительной  
практике. Даны задачи для закрепления изученного материала.

Учебник может быть использован при изучении общепрофессиональ-  
ной дисциплины «Техническая механика» в соответствии с ФГОС СПО для  
специальностей группы 270000 «Архитектура и строительство».

Для студентов учреждений среднего профессионального образования.

УДК 531.8(075.32)  
ББК 30.12я723

*Оригинал-макет данного издания является собственностью  
Издательского центра «Академия», и его воспроизведение любым способом  
без согласия правообладателя запрещается*

© Сетков В. И., 2010  
© Сетков В. И., 2013, с изменениями  
© Образовательно-издательский центр «Академия», 2013  
© Оформление. Издательский центр «Академия», 2013

ISBN 978-5-4468-0527-3

## Уважаемый читатель!

Данный учебник является частью учебно-методического комплекта по специальности 270802 «Строительство и эксплуатация зданий и сооружений».

Учебник предназначен для изучения общепрофессиональной дисциплины ОП.02 «Техническая механика» для строительных специальностей.

Учебно-методические комплекты нового поколения включают традиционные и инновационные учебные материалы, позволяющие обеспечить изучение общеобразовательных и общепрофессиональных дисциплин и профессиональных модулей. Каждый комплект содержит в себе учебники и учебные пособия, средства обучения и контроля, необходимые для освоения общих и профессиональных компетенций, в том числе и с учетом требований работодателя.

Учебные издания дополняются электронными образовательными ресурсами. Электронные ресурсы содержат теоретические и практические модули с интерактивными упражнениями и тренажерами, мультимедийные объекты, ссылки на дополнительные материалы и ресурсы в Интернете. В них включен терминологический словарь и электронный журнал, в котором фиксируются основные параметры учебного процесса: время работы, результат выполнения контрольных и практических заданий. Электронные ресурсы легко встраиваются в учебный процесс и могут быть адаптированы к различным учебным программам.

Учебно-методический комплект по дисциплине «Техническая механика» включает электронный образовательный ресурс «Техническая механика для строительных специальностей».

Учебно-методический комплект разработан на основании Федерального государственного образовательного стандарта среднего профессионального образования с учетом его профиля.

Данный учебник построен нетрадиционно. Обычно курс технической механики для студентов средних профессиональных учебных заведений строительного направления состоит из следующих трех разделов: теоретическая механика, сопротивление материалов и статика сооружений. Такое построение копирует вузовские учебные планы, естественно, значительно сокращенные.

Автор предлагает взглянуть на техническую механику совершенно иначе, а именно с позиции моделей тела. В теоретической механике рассматривается абсолютно твердое тело, в сопротивлении материалов — абсолютно упругое и реальное тела. Исходя из этого курс технической механики можно представить в виде следующих трех разделов:

1. Механика абсолютно твердого тела. Статика.
2. Механика абсолютно упругого тела.
3. Механика реальных тел и основы расчета простейших конструкций (Сопротивление материалов).

Такой подход вполне объясним. Механика абсолютно твердого тела исходя из принятой модели тела дает возможность определять опорные реакции и внутренние усилия только для статически определимых систем. Механика абсолютно упругого тела исходя из принятой модели тела позволяет определять перемещения и решать некоторые статически неопределимые задачи. В этом смысле механика упругого тела является следующим шагом к изучению свойств реальных тел и выполнению расчетов простейших конструкций. Поэтому она выделена в самостоятельный раздел. Ни механика твердого тела, ни механика упругого тела со своими гипотезами не позволяют выполнять расчеты на прочность и жесткость. Это можно делать, только изучая на основе лабораторных испытаний прочностные свойства реальных тел, а не идеальных. Поэтому вопросы расчета простейших конструкций выделены в отдельный раздел «Механика реальных тел». На взгляд автора, это является логичным завершением процесса усложнения моделей тел, рассматриваемых в первых двух разделах.

В учебнике отдано предпочтение названию раздела «Механика реальных тел», а не «Сопротивление материалов». Термин «сопротивление материалов» появился в начале XX в., главным образом

благодаря трудам выдающихся русских ученых С. П. Тимошенко и Н. М. Беляева. Несколько поколений инженеров самых различных направлений учились по учебникам, базирующимся в основном на методике, предложенной С. П. Тимошенко. Автор с большим уважением относится к указанным ученым, сам воспитан на их трудах, но считает, что название «Сопrotивление материалов» не достаточно точно отражает содержание науки о прочности (и не только прочности). Сопrotивление материалов — это сопротивление разрушению, деформациям, а также воздействию коррозии, температуры и др. Термин этот универсален, но все же автор полагает, что более правильным и точным будет название раздела «Основы теории расчета на прочность и жесткость».

Слово «механика» кроме своего основного значения, о котором говорится в гл. 1, имеет и другой смысл. Его можно трактовать как устройство чего-либо. Мы будем вести речь не об устройстве абсолютно твердого, абсолютно упругого и реального тел, а о проявлении их главных свойств. В учебнике сделан акцент на прикладную механику как отрасль механики, занимающуюся применением законов механики к решению практических задач.

В настоящем учебнике отсутствует раздел «Статика сооружений». Все задачи этого раздела вполне могут быть решены с помощью (или на основании) уравнений механики твердого или упругого тела.

Построение настоящего учебника преследует цель обеспечить максимально возможную «привязку» общетехнического курса к задачам строительной практики. Прикладные задачи объединены по иным признакам, чем в других учебниках и учебных пособиях. Например, в одной главе объединены все стержневые системы: кронштейны, консольные фермы, простейшие балочные фермы и строительные фермы.

С точки зрения плоской системы сходящихся сил и ее равновесия между ними нет никакой разницы, если все они статически определимы.

В других учебниках и учебных пособиях указанные конструкции «разбросаны» по трем разным разделам. Все балки также объединены в одну группу: простые, на подвесках и стойках, консольные, шарнирно-консольные. Неразрезные балки не вошли в эту группу только потому, что они являются статически неопределимыми. С точки зрения статики шарнирно-консольные балки — это система простых балок, поэтому нет смысла рассматривать их как некоторый особый вид.

Нетрадиционным в учебнике является то, что определение внутренних усилий дано в главе «Механика абсолютно твердого тела. Статика» сразу после определения опорных реакций. Этому есть

объяснение: и те и другие усилия определяются из уравнений равновесия статики.

В предлагаемом учебнике есть еще одно отличие от других. В нем не выполняются расчеты по методу допускаемых напряжений, который уже около 50 лет не используется в строительных нормах. Конечно же, вести все расчеты по методу предельных состояний со всеми его тонкостями (учетом коэффициентов условий работы, перегрузки и др.) было бы преждевременным в общетехническом курсе. Поэтому в учебнике сохранены суть и методика расчета по предельным состояниям в целом, а также структура формул и обозначения, принятые в строительных нормах и правилах. Изменены лишь подстрочные индексы в расчетных сопротивлениях при различных деформациях с целью сделать их более простыми и понятными для студентов. Более полное и точное описание метода расчета по предельным состояниям можно найти в [2].

Несмотря на нетрадиционное построение учебника в нем содержатся все дидактические единицы для общепрофессиональных дисциплин Государственных требований к минимуму содержания и уровню подготовки выпускников по специальности «Строительство и эксплуатация зданий и сооружений».

Главной целью общетехнической дисциплины «Техническая механика» является подготовка студентов к изучению специальной дисциплины «Строительные конструкции». Обе они обучают выполнению расчетов, обеспечивающих надежность работы конструкций под нагрузкой. Под надежностью понимается главным образом прочность и жесткость конструкций. В этом сходство указанных дисциплин. Но они имеют и существенные отличия, прежде всего в методах расчета. Техническая механика решает многие практические задачи на основе элементарной теории, в которой подходы к расчету являются более упрощенными и поэтому более «грубыми», а сами конструкции — более простыми. В специальном курсе «Строительные конструкции» в большей степени учитываются реальные свойства материалов и изготовленных из них конструкций. Кроме того, большое внимание уделяется выполнению так называемых конструктивных требований, выработанных многолетней практикой проектирования и эксплуатации конструкций зданий и сооружений. Техническая механика эти требования не учитывает.

Техническая механика тесно связана с другими дисциплинами, например с дисциплиной «Строительные материалы», в которой кроме теоретических вопросов изучаются с помощью лабораторных испытаний свойства материалов. Из этих свойств для технической механики наибольший интерес представляют прочностные показатели, необходимые для выполнения соответствующих расчетов. При решении задач так или иначе приходится сталкиваться и с вопросами экономики, а точнее, с экономическими сравнениями различных конструкций, их размеров и формы сечений, полученных на основании расчета.

Техническая механика также тесно связана с математикой и физикой, использует их формулы для решения многих не очень сложных задач строительной практики.

# МЕХАНИКА АБСОЛЮТНО ТВЕРДОГО ТЕЛА. СТАТИКА

Галилео Галилей (1564—1642), один из основателей точного естествознания, является основоположником науки о прочности. Он рассматривал все тела абсолютно твердыми, т. е. недеформируемыми до самого момента разрушения. Для такого подхода было много причин. В частности, он объяснялся тем, что в быту и технике того времени не было предметов, которые со всей очевидностью проявляли бы свойство упругости, т. е. таких как ластик, пружина и т. д. Труды Галилея дали толчок развитию теоретической механики, явились первым шагом к расчету тел на прочность.

### 1.1. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

*Механика* [от гр. *mēchanikē (téchnē)* — искусство построения машин] — это наука о механическом движении материальных тел.

В более узком смысле — это механика небесных тел, механика абсолютно твердого тела и др. Классический учебный курс теоретической механики состоит из трех разделов: статики, кинематики и динамики.

*Статика* (от гр. *statikē* — учение о весе, равновесии) является учением о равновесии тел под действием сил, т. е. изучает условия, при которых тела остаются неподвижными. Строго говоря, все тела подвижны, они перемещаются вместе с Землей в Галактике, совершая вращательное и поступательное движения. Законы такого движения рассматриваются в астрономии, а в статике не учитываются, т. е. статика изучает тела, которые находятся в покое относительно Земли. В некоторых случаях статика изучает равновесие тел, которые под действием сил перемещаются друг относительно друга равномерно, без ускорения, что считается частным случаем покоя.

*Кинематика* и *динамика* рассматривают законы движения точки и тела. Учитывая, что в строительной практике здания, со-



оружения и отдельные конструкции под действием сил (нагрузки) должны оставаться неподвижными (во всяком случае относительно Земли), сосредоточим свое внимание только на статике. При этом в гл. 1 термин «механика» будет часто употребляться в смысле «статика» твердого тела.

### 1.1.1. Модель абсолютно твердого тела

Многие науки (физика, химия, астрономия и др.) изучают вполне конкретные объекты (тела, элементы, планеты и т. д.). При этом для простоты изучения и упрощения доказательств (особенно в учебных целях) эти объекты наделяются такими качествами, которые не отражают всей сложности того или иного процесса глубинных причинно-следственных связей, частных проявлений каких-либо свойств. Другими словами, рассматривается не сам объект (предмет, явление), а идеализированное представление о нем. Как правило, оно сводится к некоей упрощенной модели, в которой не учитываются отдельные свойства, незначительно влияющие (но тем не менее имеющие место) на конечные рассуждения, доказательства, выводы. В статике в целях упрощения расчетов и доказательств в качестве объекта изучения рассматриваются тела, которые являются *абсолютно твердыми*.

Что же представляет собой модель абсолютно твердого тела? Свойство абсолютной твердости заключается в том, что тело не меняет своих размеров и формы под действием внешних сил или нагрузок, т. е. расстояние между двумя точками тела остается неизменным — не увеличивается и не уменьшается. Все реальные тела *деформируемы*. Например, цилиндрический (или призматический) стержень, выполненный из любого материала, удлиняется под действием растягивающей силы или укорачивается под действием сжимающей силы, сохраняя в целом первоначальную форму (рис. 1.1, *а*). Тело может изменить свою форму и под действием сил, вызывающих изгиб. Так, прямолинейный до приложения нагрузки стержень или брус становится криволинейным после ее приложения (рис. 1.1, *б*). Конечно, в разных материалах и телах, состоящих из них, под действием одной и той же силы по-разному проявляются деформации. Кроме того, они порой настолько малы, что требуют специальных измерительных приборов. Абсолютно твердое тело, рассматриваемое в статике, считается *недеформируемым*, т. е. не изменяет своих размеров и формы под действием сил.

Деформации тел и количественная их оценка являются предметом изучения механики абсолютно упругого тела, теории пластичности и других разделов механики и иных дисциплин. В этом смыс-

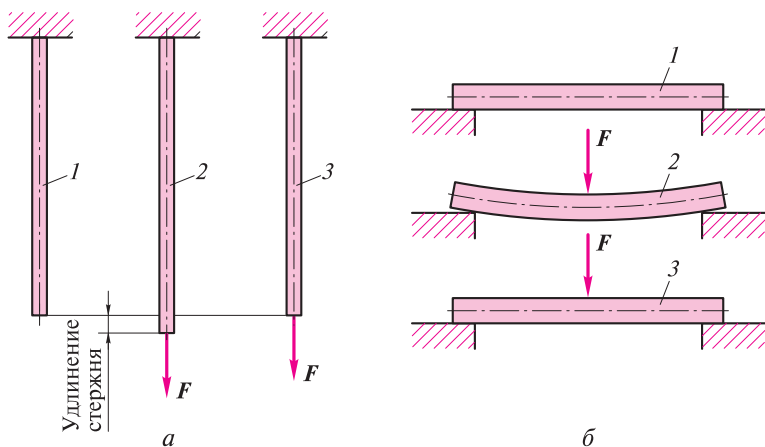


Рис. 1.1. Поведение реального и абсолютно твердого тел под действием сил при растяжении (а) и изгибе (б):

1 — реальное тело до приложения к нему силы; 2 — реальное тело после приложения к нему силы (удлинится или прогибается); 3 — абсолютно твердое тело после приложения к нему силы (не изменяет размеров и формы)

ле механика абсолютно твердого тела (далее — механика твердого тела) является элементарной теорией по сравнению с перечисленными ранее. Считается, что пренебрежение деформациями, принятое в механике твердого тела, незначительно отражается на точности расчетов при рассмотрении условий равновесия тел. Строго говоря, это неправильно, но зато часто принятые упрощения дают возможность получить более простые решения при вполне приемлемых результатах с точки зрения точности.

Следствием модели абсолютно твердого тела является такое его свойство, как *абсолютная прочность*, т. е. неразрушаемость под действием сил. Это позволяет не заботиться о размерах сечения тела, подразумевая, что оно останется прочным при любых нагрузках. Такой взгляд также не отражает свойства реальных тел, но при этом, если не принимать во внимание вопросы прочности, которые изучаются в других дисциплинах, многие формулы и расчеты, связанные с равновесием тел, выглядят значительно проще.

Гипотеза об абсолютной твердости приводит к еще одному упрощению. Для абсолютно твердого тела невозможно указать, какой массой (плотностью) оно обладает. Поэтому абсолютно твердое тело принято считать *абсолютно легким*, т. е. невесомым, что также упрощает многие расчеты. Когда надо решить какую-то практическую задачу в статике, где вес тела имеет значение, его на-

значают либо произвольно, либо ориентируясь на реальные материалы или конструкции.

При общих рассуждениях твердое тело считается бесформенным, т.е. не имеющим определенной формы. При решении же конкретных задач ему придается форма, повторяющая форму некоторых встречающихся в практике конструкций или их частей. Наиболее часто в качестве твердого тела рассматривается призматический прямолинейный брус. *Брус* — это тело, имеющее три размера, из которых два — ширина  $b$  и высота  $h$  (рис. 1.2, *а*), определяющие поперечное сечение, — во много раз (чаще всего в 8—10 раз) меньше третьего размера  $l$ , называемого длиной. Частным случаем бруса является *стержень*. Между брусом и стержнем не установлено четких различий, но все же считается, что стержень — призматический или цилиндрический (рис. 1.2, *б*) — имеет еще меньшие размеры поперечного сечения по сравнению с брусом. Брус может быть прямолинейным или криволинейным (рис. 1.2, *в*), сплошным или полым (рис. 1.2, *г*), замкнутым или не замкнутым по контуру сечения — фасонным (рис. 1.2, *д*) и т.д.

Если у тела все размеры одного порядка, то его называют *массивом* (телом) правильной (рис. 1.3, *а*) или неправильной (рис. 1.3, *б*) геометрической формы.

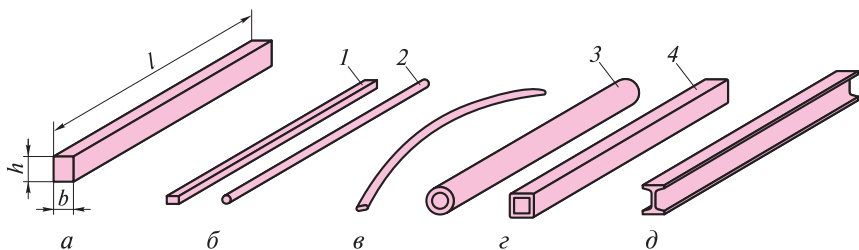
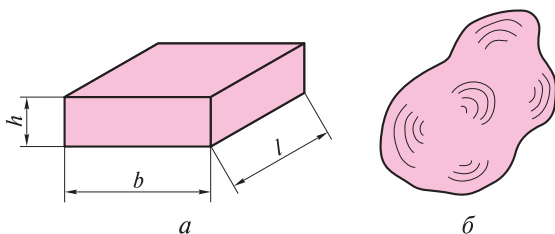


Рис. 1.2. Классификация линейных тел:

*а* — прямолинейный брус; *б* — стержень; *в* — криволинейный брус; *г* — полый брус; *д* — брус, не замкнутый по контуру; 1 — призматический стержень; 2 — цилиндрический стержень; 3 — трубчатый полый брус; 4 — коробчатый полый брус

Рис. 1.3. Классификация объемных тел:

*а* — правильной формы;  
*б* — неправильной формы



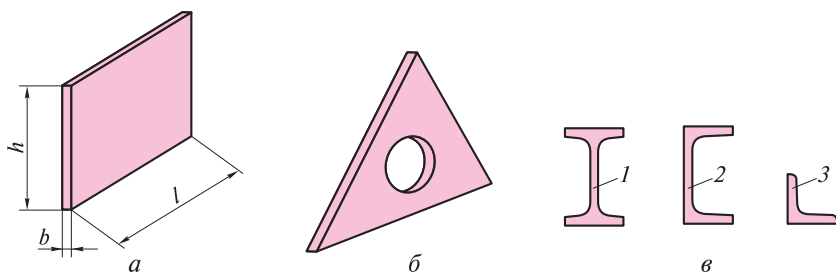


Рис. 1.4. Классификация плоских тел (фигур):

*a* — простое геометрическое тело; *б* — комбинация простых геометрических тел; *в* — профили проката; 1 — двутавр, 2 — швеллер, 3 — уголок

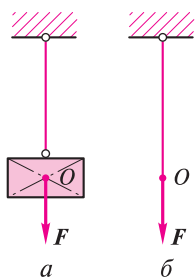


Рис. 1.5. Представление материального тела (*a*) материальной точкой (*б*)

Статика в качестве частного случая тела часто рассматривает *твердые фигуры* (плоскости), которые, как правило, являются каким-либо сечением тела. Они могут иметь форму известных геометрических фигур (рис. 1.4, *a*) или их комбинации (рис. 1.4, *б*). Особую группу составляют специальные профили, широко распространенные в строительной практике. Например, для металлических конструкций по целому ряду причин, среди которых главенствующими являются экономические, металлообрабатывающей промышленностью выпускается большой спектр *профилей проката*, среди которых наиболее распространенными являются двутавровые балки (двутавры), швеллеры и уголки (рис. 1.4, *в*). В целях удобства ведения расчетов их подразделяют по калибрам (номерам), для каждого из которых устанавливают соответствующие геометрические характеристики или параметры, такие как высота, ширина и толщина профиля, площадь поперечного сечения и др. Все эти характеристики утверждаются соответствующими органами, приводятся в государственных стандартах и становятся обязательными для заводов-изготовителей на территории страны. Такие характеристики приведены в табл. 1—3 Приложе-

ния I. Несмотря на все многообразие форм тел и фигур с точки зрения статики все они являются абсолютно твердыми.

В некоторых случаях тело может быть заменено *материальной точкой* (рис. 1.5), представляющей собой частный случай тела, которое не имеет размеров, но может быть наделено массой, т. е. иметь вес.

С классификацией строительных конструкций по геометрическому признаку можно ознакомиться в [2, с. 13—15].

### 1.1.2. Сила и проекция силы на ось. Система сил

В быту понятие силы ассоциируется с физическими усилиями, например при подъеме или перемещении груза. В статике твердого тела рассматривается взаимодействие одного тела с другим (или другими), в результате которого по плоскости (поверхности) или в точках их контакта (соприкосновения) возникает давление одного тела на другое или отрыв одного тела от другого, если они связаны между собой. Давление и отрыв — наиболее простые виды взаимодействия тел. Существуют и более сложные виды, о которых будет сказано далее.

*Сила* — это мера механического взаимодействия материальных тел (в статике абсолютно твердых) между собой. В отличие от самих тел увидеть силы нельзя, происходит «незримый конфликт» между телами. На практике величину силы можно определить с помощью динамометров, датчиков и т. д. В теоретических исследованиях величину силы можно найти с помощью рассуждений, которые приводят к установлению некоторых математических зависимостей. Получение таких зависимостей является одной из главных задач статики.

Сила характеризуется числовым значением, направлением и *точкой приложения* (рис. 1.6, а), т. е. представляет собой векторную величину, как, например, скорость (рис. 1.6, б) или ускорение

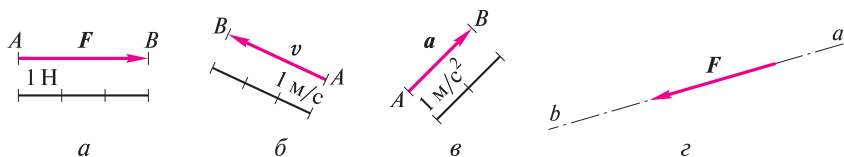


Рис. 1.6. Примеры векторов и его характеристики:

а — сила  $F$  и ее модуль; б — скорость  $v$  и ее модуль; в — ускорение  $a$  и его модуль; г — линия действия  $a-b$  силы  $F$

(рис. 1.6, в). Графически силу изображают направленным отрезком прямой, т. е. отрезком со стрелкой (вектором), при этом указывают точку приложения силы. Длина отрезка измеряется в масштабе сил (например, 1 см — 1 Н или 1 см — 10 Н и т. д.), равна числовому значению (величине) силы и называется *модулем силы*, а направление стрелки указывает направление действия силы. При решении некоторых задач может вызывать интерес *линия действия силы*, которая представляет собой прямую, проведенную между точками начала и конца вектора силы (рис. 1.6, з).

Если говорят о силе как о векторе, т. е. хотят подчеркнуть все три ее характеристики, то, как правило, ее обозначают прописной жирной буквой  $\vec{F}$  (от *англ.* Force — сила) с черточкой сверху, а если говорят только о модуле силы, или ее величине, то обозначают ее обычной (светлой) буквой  $F$  без черточки. Далее в тексте черточку над  $F$ , обозначающую вектор, ставить не будем. На то, что речь идет о векторе, будет указывать набор буквы жирным шрифтом.

Силы, как и другие векторные величины, можно складывать и вычитать. При этом необходимо помнить, что сложение или вычитание векторов существенно отличается от таких же действий с модулями. Сложение (вычитание) модулей — это просто нахождение их алгебраической суммы (разности). При сложении (вычитании) векторов необходимо учитывать не только их величины, но и направления их действия, точки приложения или линии действия сил. Задачи сложения и вычитания векторов более сложные, чем те же действия с их модулями. Они будут рассмотрены далее.

Способы решения задач, связанных с действием сил, можно разделить на *графические* и *аналитические*. Они будут рассматриваться во всех подразделах учебника. Для решения некоторых задач будет использован графоаналитический способ.

В прямоугольной системе координат  $x—0—y$  *проекция силы* как вектора на координатную ось  $x$  ( $0—x$ ) или  $y$  ( $0—y$ ) равна произведению величины (модуля) этой силы на косинус острого угла между ее направлением и координатной осью соответственно  $x$  или  $y$ . Проекция силы  $F$  на ось  $x$  обозначается  $F_x$ , а на ось  $y$  —  $F_y$ . Если сила и соответствующая координатная ось направлены в одну сторону, то проекция силы имеет знак «плюс», а если в разные стороны — «минус».

При определении проекций могут использоваться не только острые углы и не только косинусы, а например, синусы, но приведенный подход является наиболее простым и наглядным.

**Пример 1.1.** Определить проекции сил  $F_1, F_2, F_3, F_4$  на оси  $x$  и  $y$  (рис. 1.7), если  $F_1 = F_2 = F_3 = F_4 = 50$  Н.

**Решение.**  $F_{x1} = -F_1 \cos 0^\circ = -F_1 \cdot 1 = -F_1 = -50$  Н;

$F_{y1} = F_1 \cos 90^\circ = F_1 \cdot 0 = 0$ ;

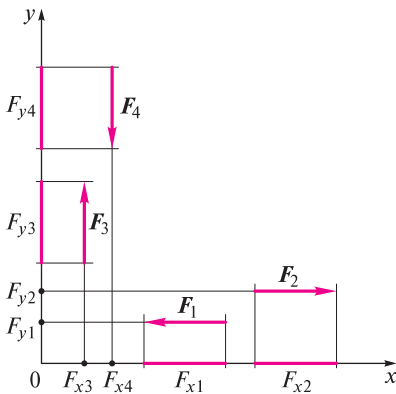


Рис. 1.7. К примеру 1.1

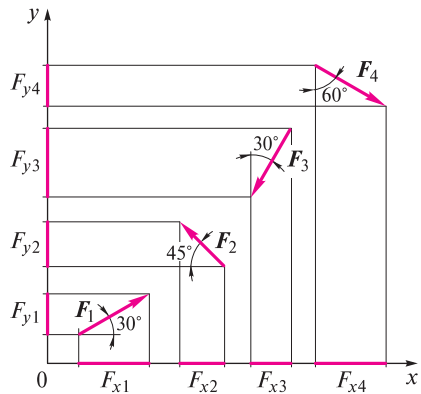


Рис. 1.8. К примеру 1.2

$$F_{x2} = F_2 \cos 0^\circ = F_2 \cdot 1 = F_2 = 50 \text{ Н};$$

$$F_{y2} = F_2 \cos 90^\circ = F_2 \cdot 0 = 0;$$

$$F_{x3} = F_3 \cos 90^\circ = F_3 \cdot 0 = 0;$$

$$F_{y3} = F_3 \cos 0^\circ = F_3 \cdot 1 = F_3 = 50 \text{ Н};$$

$$F_{x4} = F_4 \cos 90^\circ = F_4 \cdot 0 = 0;$$

$$F_{y4} = -F_4 \cos 0^\circ = -F_4 \cdot 1 = -F_4 = -50 \text{ Н}.$$

**Пример 1.2.** Определить проекции сил  $F_1$ ,  $F_2$ ,  $F_3$  и  $F_4$  на оси  $x$  и  $y$  (рис. 1.8), если  $F_1 = F_2 = F_3 = F_4 = 100 \text{ Н}$ .

**Решение.**  $F_{x1} = F_1 \cos 30^\circ = F_1 \cdot 0,866 = 100 \cdot 0,866 = 86,6 \text{ Н};$

$$F_{y1} = F_1 \cos 60^\circ = F_1 \cdot 0,5 = 100 \cdot 0,5 = 50 \text{ Н};$$

$$F_{x2} = -F_2 \cos 45^\circ = -F_2 \cdot 0,707 = -100 \cdot 0,707 = -70,7 \text{ Н};$$

$$F_{y2} = F_2 \cos 45^\circ = F_2 \cdot 0,707 = 100 \cdot 0,707 = 70,7 \text{ Н};$$

$$F_{x3} = -F_3 \cos 60^\circ = -F_3 \cdot 0,5 = -100 \cdot 0,5 = -50 \text{ Н};$$

$$F_{y3} = -F_3 \cos 30^\circ = -F_3 \cdot 0,866 = -100 \cdot 0,866 = -86,6 \text{ Н};$$

$$F_{x4} = F_4 \cos 30^\circ = F_4 \cdot 0,866 = 100 \cdot 0,866 = 86,6 \text{ Н};$$

$$F_{y4} = -F_4 \cos 60^\circ = -F_4 \cdot 0,5 = -100 \cdot 0,5 = -50 \text{ Н}.$$

Чаще всего при рассмотрении взаимодействия тел приходится иметь дело не с одной, а с несколькими силами. Две силы и более, действующие на тело, образуют *систему сил*. Подробнее системы сил рассмотрены в подразд. 1.1.5.

Силы, о которых шла речь до сих пор, принято называть *сосредоточенными*, так как они прикладываются к телу в одной точке. Но силы могут быть не *сосредоточенными*, а *распределенными* (рис. 1.9). Такие силы являются *сосредоточенными* лишь на очень маленьких расстояниях друг от друга. Они могут быть равномерно и неравномерно распределенными по длине или по площади. В данном учебном пособии мы будем рассматривать рав-

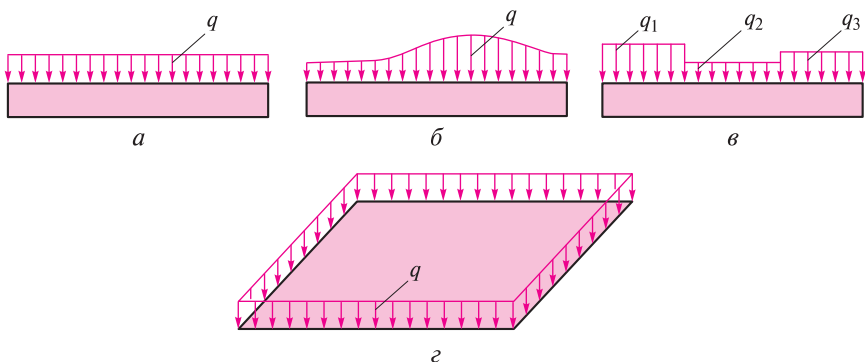


Рис. 1.9. Примеры распределенных нагрузок:

*a* — равномерно распределенная по длине; *б* — неравномерно распределенная по длине; *в* — равномерно распределенная разной интенсивности на участках; *г* — неравномерно распределенная по площади

номерно распределенные нагрузки по длине тела. Таким телом обычно бывает брус. Интенсивность распределенной нагрузки по длине может меняться на отдельных участках, но в пределах каждого из них она чаще всего равномерная (рис. 1.9, в). В отличие от сосредоточенных нагрузок распределенные по длине нагрузки обозначают буквой  $q$ . Они имеют размерность в виде отношения силы к единице длины (Н/см, кН/м и др.).

### 1.1.3. Аксиомы статики о действии сил на твердое тело

*Аксиома* — это утверждение, не требующее доказательства. Такие утверждения существуют в математике и ряде других наук, в том числе и в механике. Аксиомы можно рассматривать как отправные или базовые знания, которые используются в дальнейшем для решения задач. Отсутствие необходимости доказательства аксиом (в отличие от теорем или законов) обусловлено совершенной очевидностью рассуждений и выводов, вытекающих из наблюдений за теми или иными явлениями в многообразной жизненной практике. Аксиомы можно подтвердить постановкой специальных опытов.

Рассмотрим те аксиомы, которые справедливы при удовлетворении следующих условий:

- 1) все тела считаются абсолютно твердыми (см. подразд. 1.1.1);
- 2) все тела находятся в состоянии покоя или равномерного движения под действием сил. Такое состояние твердого тела на-



зывают равновесием. Его изучают в разделе механики абсолютно твердого тела, называемом статикой;

3) все силы являются векторными величинами и на них распространяются правила действия над векторами.

Аксиом о действии сил на твердое тело, или аксиом статики, немало, они подробно изложены в [6]. Ограничимся рассмотрением только трех из них, которые имеют наибольшее значение для задач статики.

**Аксиома 1 — закон равенства сил действия и противодействия.**

Из курса физики известно, что *если два тела механически воздействуют друг на друга* (дают друг на друга или отрываются друг от друга), *то в точке или поверхности контакта возникают силы, равные по величине (модулю) и направленные по одной прямой в противоположные стороны.*

Например, силы  $F_{12}$  и  $F_{21}$  (рис. 1.10) — силы действия соответственно первого тела на второе и второго на первое — ведут себя именно так. Эти силы приложены к разным телам (или возникают в двух разных телах), и механическое действие одного тела равно такому же противодействию другого, при этом тела находятся в равновесии. Увеличение одной силы (или увеличение силы давления одного тела на другое) обязательно ведет к такому же увеличению другой. Если давления нет, то обе силы равны нулю.

**Задача 1.1.** Покажите силы взаимодействия двух кубов весом соответственно 5 и 10 Н (рис. 1.11, а).

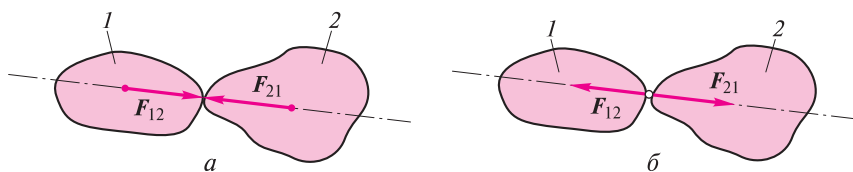


Рис. 1.10. Иллюстрация к аксиоме 1:

а — тела 1 и 2 дают друг на друга; б — связанные тела 1 и 2 отталкиваются (отрываются) друга от друга

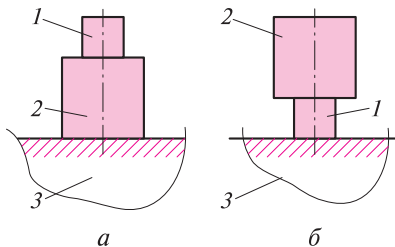


Рис. 1.11. К задачам 1.1 (а) и 1.2 (б):

1, 2 — кубы; 3 — основание

**Задача 1.2.** Рассматривая основание 3 (рис. 1.11, б) как фрагмент (часть) какого-то тела, определите, какой будет величина сил взаимодействия кубов 1, 2 и основания 3. Веса кубов те же, что и в задаче 1.1.

**Аксиома 2 — условие равновесия твердого тела под действием двух сил.** В аксиоме 1 говорилось о характере взаимодействия двух тел. Теперь рассмотрим действие двух сил на одно твердое тело. Аксиома 2 утверждает, что *свободное твердое тело, на которое действуют две силы  $F_1$  и  $F_2$ , равные по величине и направленные по одной прямой в противоположные стороны* (рис. 1.12, а, б), *будет находиться в равновесии*, т. е. в состоянии покоя или равномерного движения, если в таком состоянии оно находилось до приложения сил.

Несмотря на некоторую схожесть аксиом 1 и 2 (и в той, и в другой говорится о двух силах, которые равны между собой и направлены в разные стороны по одной прямой) между ними есть принципиальное отличие: в первой равные силы приложены к двум разным телам, а во второй — к одному телу.

Твердое тело, на которое действуют две равные силы, будет находиться в равновесии при сформулированных ранее условиях; при этом не имеет значения, в каких точках по линии действия сил последние приложены (рис. 1.12, в). Это утверждение можно считать следствием из аксиомы 2. Строго говоря, следствия нуждаются в доказательстве. Доказательство данного следствия приведено в [6]. Будем считать аксиоматичным следующее следствие: *действие силы на тело не изменится, если перенести точку приложения силы вдоль линии ее действия в любую точку тела*. Это обстоятельство дает возможность изображать точку приложения силы за пределами тела.

**Задача 1.3.** Найдите величины сил  $F_1$ ,  $F_2$  и  $F_3$  (рис. 1.13). Вес тел 1 и 2 равен соответственно 5 и 10 Н.

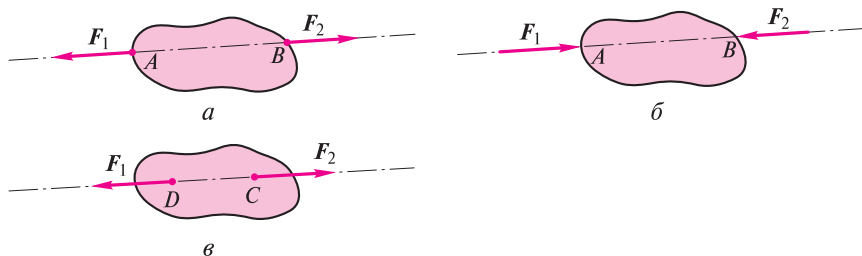


Рис. 1.12. Иллюстрация к аксиоме 2:

а, б — силы приложены в точках А и В; в — силы приложены в точках С и D

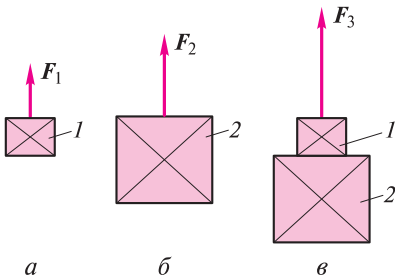


Рис. 1.13. К задаче 1.3:  
 а — сила  $F_1$  удерживает тело 1; б — сила  $F_2$  удерживает тело 2; в — сила  $F_3$  удерживает тела 1 и 2

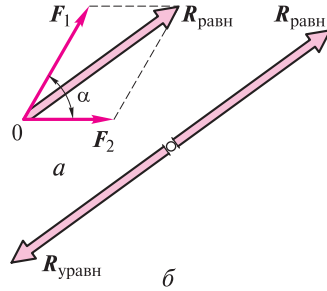


Рис. 1.14. Иллюстрация к аксиоме 3:  
 а — определение равнодействующей  $R_{\text{равн}}$ ; б — определение уравнивающей  $R_{\text{уравн}}$

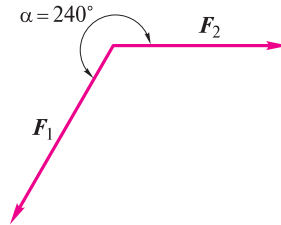


Рис. 1.15. К задаче 1.4

**Аксиома 3 — правило параллелограмма сил.** Действующие на тело силы могут быть направлены не только по одной прямой, но и под углом друг к другу, причем под любым. Силы, которые являются векторными величинами, можно складывать и вычитать по правилам сложения и вычитания векторов. Об этом подробно говорится в подразд. 1.2. Аксиома 3 гласит: *равнодействующая двух сил, приложенных к твердому телу в одной точке под углом друг к другу, равна по величине (модулю) и направлению диагонали параллелограмма, построенного на этих силах* (рис. 1.14, а). Речь идет о сложении двух векторов, геометрической суммой которых является также вектор, совпадающий с диагональю параллелограмма, построенного на двух силах. В этом случае тело не будет находиться в равновесии. Для достижения равновесия в соответствии с аксиомой 2 необходимо приложить силу, равную по величине силе  $R_{\text{равн}}$  и направленную в противоположную сторону (рис. 1.14, б). Такая сила называется уравнивающей  $R_{\text{уравн}}$ .

**Задача 1.4.** Покажите равнодействующую сил  $F_1$  и  $F_2$ , приведенных рис. 1.15. Покажите уравнивающую силу.