

В. В. БАБАНОВ

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА ДЛЯ АРХИТЕКТОРОВ

УЧЕБНИК

В двух томах

Том 2

Допущено

*Научно-методическим советом по механике
Министерства образования и науки Российской Федерации
в качестве учебника для студентов высших учебных заведений,
обучающихся по направлению подготовки «Архитектура»*



Москва
Издательский центр «Академия»
2008

УДК 624.04(075.8)

ББК 38.112я73

Б121

Рецензенты:

зав. кафедрой инженерно-строительных дисциплин Санкт-Петербургского
Государственного академического института живописи, скульптуры
и архитектуры им. И. В. Репина, проф., канд. техн. наук *В. Д. Коркин*
и доц., канд. техн. наук *Е. А. Яковлев*;

директор ГП НИИ «Спецпроектреставрация» *В. В. Фомин*;
федеральный архитектор Министерства культуры и массовых коммуникаций
Российской Федерации по памятникам архитектуры Ленинградской области
В. В. Кузьмин;

зав. кафедрой теоретической механики ННГАСУ, доц., канд. физ.-мат. наук
Г. А. Маковкин

Бабанов В. В.

Б121 Теоретическая механика для архитекторов. В 2 т. Т. 2 : учеб-
ник для студ. высш. учеб. заведений / В. В. Бабанов. — М. :
Издательский центр «Академия», 2008. — 272 с.

ISBN 978-5-7695-2846-0

Кратко изложены основы теоретической механики, сопротивления
материалов и строительной механики. Рассмотрены вопросы расчета ста-
тически определимых и статически неопределимых систем, основы дина-
мики и устойчивости сооружений. Теоретический материал сопровожден
достаточным для практического освоения числом примеров. Содержит не-
обходимый для решения задач справочный и нормативный материал.

Для студентов высших учебных заведений.

УДК 624.04(075.8)

ББК 38.112я73

*Оригинал-макет данного издания является собственностью
Издательского центра «Академия», и его воспроизведение любым способом
без согласия правообладателя запрещается*

© Бабанов В. В. 2008

ISBN 978-5-7695-2846-0 (т. 2)

© Образовательно-издательский центр «Академия», 2008

ISBN 978-5-7695-2832-3

© Оформление. Издательский центр «Академия», 2008

СОВМЕСТНОЕ ДЕЙСТВИЕ РАСТЯЖЕНИЯ (СЖАТИЯ) С ИЗГИБОМ

11.1. Определение усилий в статически определимых расчетных схемах

11.1.1. Балки и рамы

В сечениях статически определимых рам и балок с ломаной осью (которые также называют рамами), как правило, кроме поперечной силы и изгибающего момента, возникает и продольная сила — сжимающая или растягивающая.

При построении эпюров усилий в этих сечениях правило знаков для продольной и поперечной сил остается прежним, а для изгибающего момента его обычно не используют, но ординаты эпюра M , как и в простых балках, откладывают со стороны растянутых волокон. Ординаты эпюра Q для горизонтально ориентированных стержней принято откладывать так же, как было показано в подразд. 10.2. Для остальных стержней ординаты эпюров Q и N откладываются таким образом, чтобы чертеж расчета был нагляден, с обязательным проставлением знака усилия.

При действии ортогональной нагрузки эпюр N на расчетных участках всегда постоянен. Он может быть переменным лишь в случае действия нагрузки, направленной по оси стержня.

Для определения усилий Q , M и N в сечениях расчетной схемы используется метод сечений.

Так, для сечения k балки с ломаной осью (рис. 11.1, *a*) усилия можно определить из равновесия верхней или нижней отсеченной части расчетной схемы (рис. 11.1, *б*). Очевидно, что в данном случае определить усилия удобнее и проще, рассмотрев равновесие нижней части. В качестве системы координат при этом следует использовать местную систему координат для стержня, которому принадлежит сечение k : ось x направлена по оси стержня, а ось y — перпендикулярно оси. Это правило будем применять и в дальнейших расчетах.

Тогда можно записать:

$$Q_k = \sum F_y^{\text{низ}} = H_A - F_1; N_k = \sum F_x^{\text{низ}} = -V_A;$$

$$M_k = \sum M^{\text{низ}} = H_A h_1 \text{ (растянуты правые волокна).}$$

Балочные и рамные расчетные схемы (см. подразд. 1.5 и 3.2) подразделяются на однодисковые и многодисковые, поэтому порядок определения усилий в их сечениях следующий.

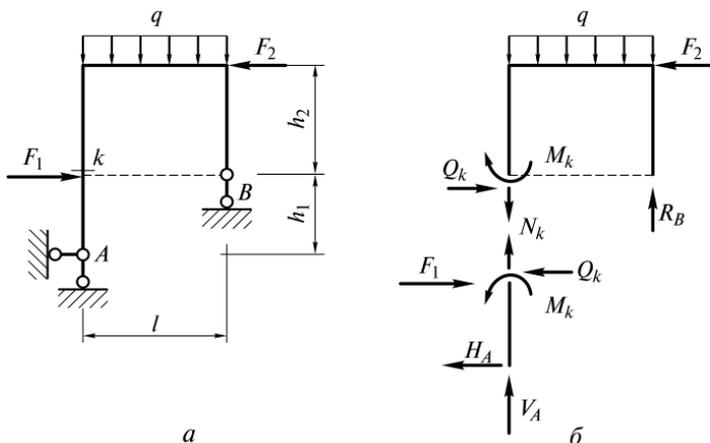


Рис. 11.1

1. Производится анализ геометрической неизменяемости (см. подразд. 1.5) и устанавливается порядок образования расчетной схемы.

2. Устанавливается порядок определения реакций в связях, составляющих расчетную схему отдельных дисков.

3. Для каждого отдельного диска определяются усилия в расчетных сечениях и строятся эпюры Q , M и N с последующим (или одновременным) их объединением в общие эпюры усилий для всей расчетной схемы.

Рассмотрим примеры построения эпюров усилий для указанного типа расчетных схем.

Пример 11.1. Требуется построить эпюры Q , M и N для балки с ломаной осью (рис. 11.2, *a*), реакции в связях которой были определены в примере 3.5 (см. рис. 3.6).

Решение. 1. Назначим сечения, в которых будем определять усилия (рис. 11.2, *б*).

2. Определим усилия в назначенных сечениях.

Участок 1—2: между сечениями 1 и 2 нагрузка отсутствует. Следовательно, эпюр Q должен быть постоянным, а эпюр M — очерчен по прямой. Так как в расчетной схеме приложенная нагрузка по отношению к осям стержней ортогональна, продольные силы в пределах всех участков будут постоянны.

$$Q_1 = Q_2 = \sum F_y^n = 0, \text{ следовательно, эпюр } M \text{ на участке постоянный.}$$

$$M_1 = M_2 = \sum M^n = -16 \text{ кН} \cdot \text{м.}$$

$$N_1 = N_2 = \sum F_x^n = -4 \text{ кН.}$$

На участках 3—4 и 5—6 нагрузки между сечениями также отсутствуют, потому эпюры Q на этих участках постоянны, а эпюры M имеют линейный характер.

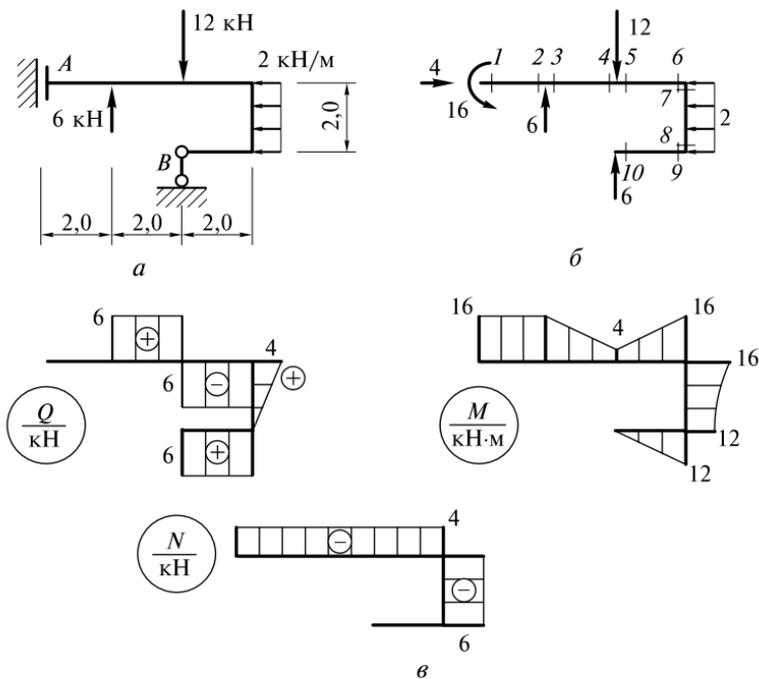


Рис. 11.2

Участок 3—4:

$$Q_3 = Q_4 = \sum F_y^{\text{л}} = 6 \text{ кН.}$$

$$M_3 = M_2 = -16 \text{ кН} \cdot \text{м.}$$

$$M_4 = \sum M^{\text{л}} = -16 + 6 \cdot 2 = -4 \text{ кН} \cdot \text{м.}$$

$$N_3 = N_4 = \sum F_x^{\text{л}} = -4 \text{ кН.}$$

Участок 5—6:

$$Q_5 = Q_6 = \sum F_y^{\text{л}} = 6 - 12 = -6 \text{ кН.}$$

$$M_5 = M_4 = -4 \text{ кН} \cdot \text{м.}$$

$$M_6 = \sum M^{\text{л}} = -16 + 6 \cdot 4 - 12 \cdot 2 = -16 \text{ кН} \cdot \text{м.}$$

$$N_5 = N_6 = N_3 = N_4 = -4 \text{ кН.}$$

Участок 10—9:

$$Q_{10} = Q_9 = \sum F_y^{\text{л}} = 6 \text{ кН.}$$

$$M_{10} = \sum M^{\text{л}} = 0 \text{ (крайнее сечение консоли).}$$

$$M_9 = \sum M^{\text{л}} = 6 \cdot 2 = 12 \text{ кН} \cdot \text{м.}$$

$$N_{10} = N_9 = \sum F_x^{\text{л}} = 0.$$

Участок 7—8: загружен равномерно распределенной нагрузкой. Следовательно, эпюр Q должен иметь вид наклонной прямой, а эпюр M должен быть очерчен по квадратной параболе выпуклостью влево.

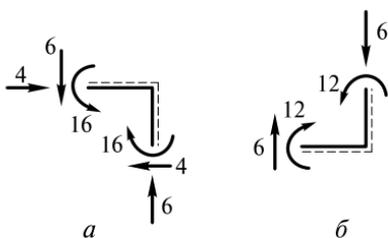


Рис. 11.3

$$Q_8 = \sum F_y^{\text{низ}} = 0.$$

$$Q_7 = \sum F_y^{\text{низ}} = 2 \cdot 2 = 4 \text{ кН.}$$

$$M_8 = \sum M^{\text{низ}} = 6 \cdot 2 = 12 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

(растянутые волокна справа).

$$M_7 = M_6 = \sum M^{\text{низ}} = 6 \cdot 2 + 2 \cdot 2 \cdot 1 = 16 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

(растянутые волокна справа).

3. По полученным значениям усилий строим эпюры Q , M и N (рис. 11.2, в).

4. Произведем визуальную проверку правильности построения эпюр усилий на основании правил, сформулированных в подразд. 10.2.

5. Произведем проверки равновесия узлов. Для этого, последовательно вырезая узлы расчетной схемы, прикладываем в сечениях, подходящих к узлу, все найденные усилия и внешнюю узловую нагрузку, если таковая в вырезанном узле действует. Направления усилий, действующих в сечениях, определяются принятым правилом знаков (см. рис. 10.4). Для облегчения определения направлений изгибающих моментов в вырезаемых узлах растянутые волокна можно отметить штриховой линией (рис. 11.3). Для каждого вырезанного узла должны выполняться три уравнения равновесия:

$$\sum X = 0; \sum Y = 0; \sum M_{\text{узел}} = 0.$$

На рис. 11.3, а, б показано равновесие соответственно верхнего и нижнего узлов расчетной схемы.

На основании примера 11.1 в дополнение к правилам построения эпюр усилий, сформулированным в подразд. 10.2, можно сделать следующие выводы.

1. Нет необходимости определять изгибающие моменты в обоих соседних сечениях на границах участков, если на этой границе не приложен внешний сосредоточенный момент. Изгибающие моменты в этих сечениях равны, так как они расположены друг от друга на бесконечно малом расстоянии, которое не влияет на искомую сумму моментов всех сил по одну сторону от сечения. То же относится к сечениям, примыкающим к жесткому узлу, объединяющему два стержня.

2. При ортогональном действии нагрузки нормальную силу достаточно определить в одном из сечений прямолинейного стержня, так как она постоянна по всей его длине.

3. Изгибающие моменты заведомо равны нулю в крайних сечениях консолей при отсутствии в них моментной нагрузки и в сечениях, примыкающих к шарнирам.

Пример 11.2. Требуется построить эпюры усилий для рамы, показанной на рис. 11.4, а.

Решение. 1. Произведем проверку геометрической неизменяемости рамы.

Число опорных связей $C_{\text{оп}} = 4$, число простых шарниров $\text{Ш} = 1$, число дисков $\text{Д} = 2$.

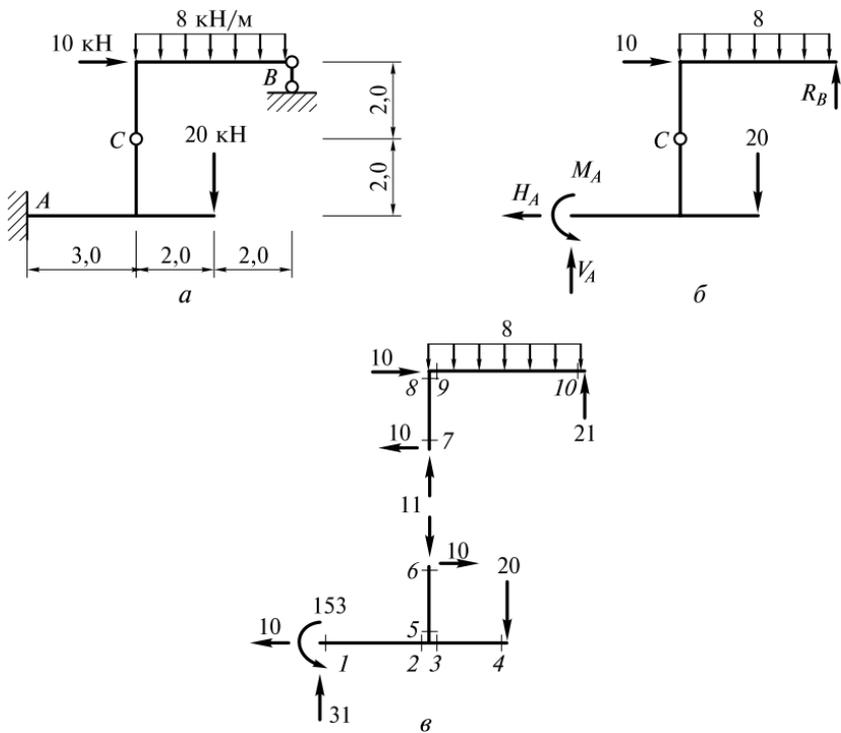


Рис. 11.4

Необходимое условие геометрической неизменяемости схемы (1.4) выполняется:

$$3Д - 2Ш - C_{оп} = 3 \cdot 2 - 2 \cdot 1 - 4 = 0.$$

Основным диском расчетной схемы является геометрически неизменяемый диск AC, прикрепленный к основанию в точке A тремя связями (полное защемление). Неизменяемость диска CB также обеспечивается тремя правильно расположенными на плоскости связями: двумя он прикреплен в точке C к неизменяемому диску AC, а третьей связью в точке B связан с основанием. Следовательно, расчетная схема геометрически неизменяема, так как неизменяемы составляющие ее элементы.

2. Определим реакции в опорных связях (рис. 11.4, б):

$$\sum X = 0; -H_A + 10 = 0, H_A = 10 \text{ кН.}$$

$$\sum M_C^{\text{верх}} = 0; -R_B \cdot 4 + 8 \cdot 4 \cdot 2 + 10 \cdot 2 = 0, R_B = 21 \text{ кН.}$$

$$\sum Y = 0; -V_A + 8 \cdot 4 - 20 + R_B = 0, V_A = 31 \text{ кН.}$$

Расчетная схема с определенными реакциями в опорных связях и в связях шарнира C приведена на рис. 11.4, в. Определение реакций в связях шарнира C не приводим, так как их найти достаточно просто после расчленения расчетной схемы исходя из равновесия любой отсеченной части (уравнения равновесия $\sum X = 0$; $\sum Y = 0$). Удаляют связи в шарнире C для облегчения определения усилий в расчетных сечениях.

3. Определим усилия в расчетных сечениях.

Из анализа расчетной схемы на основании приведенных ранее правил построения эпюр можно сделать следующие выводы:

- продольные силы на участках 3—4 и 9—10 равны нулю, так как справа отсутствует горизонтальная нагрузка;
- изгибающие моменты в сечениях 6, 7 и 10 равны нулю, так как сечения примыкают к шарнирам, где отсутствует моментная нагрузка; изгибающий момент в сечении 4 на краю консоли также равен нулю;
- изгибающие моменты в сечениях 8 и 9 равны, так как примыкают к узлу, соединяющему два стержня;
- поперечные силы на участках 1—2, 3—4, 5—6, 7—8 постоянны, а эпюры изгибающих моментов на этих участках — прямолинейны.

Благодаря проведенному анализу можно значительно сократить количество вычислений при определении усилий.

Значения поперечных сил в расчетных сечениях:

$$Q_{1-2} = \sum F_y^{\text{л}} = 31 \text{ кН}; \quad Q_{3-4} = \sum F_y^{\text{п}} = 20 \text{ кН};$$

$$Q_{5-6} = \sum F_y^{\text{верх}} = 10 \text{ кН}; \quad Q_{7-9} = \sum F_y^{\text{п}} = 10 \text{ кН};$$

$$Q_9 = \sum F_y^{\text{п}} = -21 + 8 \cdot 4 = 3 \text{ кН}; \quad Q_{10} = \sum F_y^{\text{п}} = -21 \text{ кН}.$$

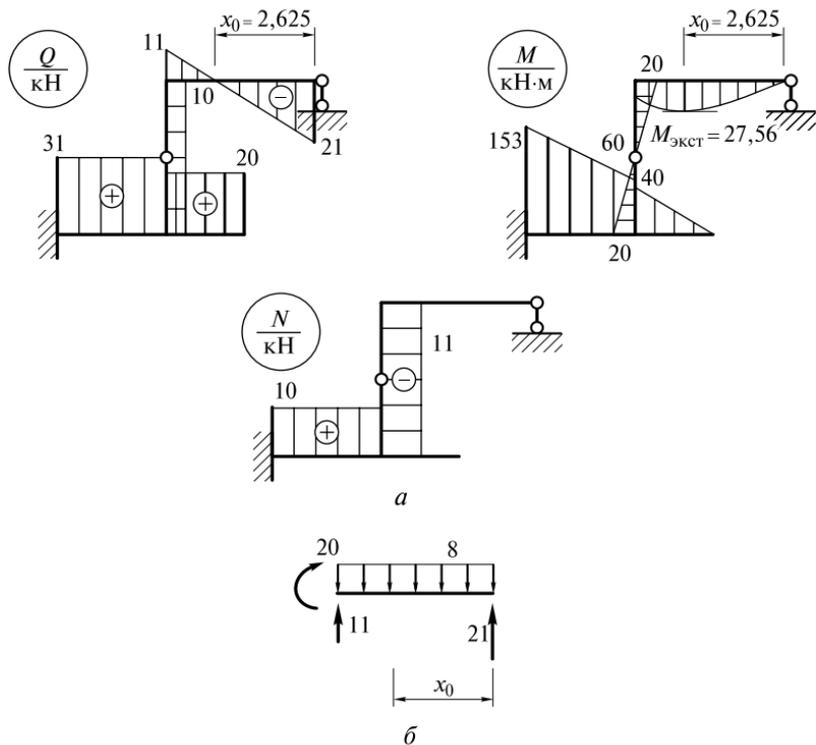


Рис. 11.5

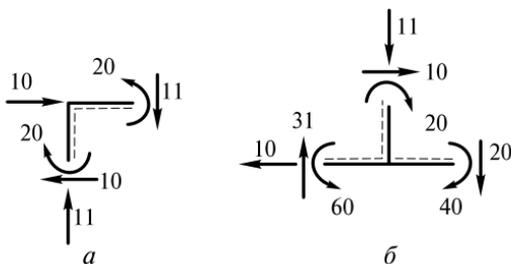


Рис. 11.6

Значения изгибающих моментов в расчетных сечениях:

$$M_1 = \sum M^l = -153 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_2 = \sum M^l = -153 + 31 \cdot 3 = -60 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_3 = \sum M^п = -20 \cdot 2 = -40 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_5 = \sum M^{\text{верх}} = 10 \cdot 2 = 20 \text{ кН} \cdot \text{м} \text{ (растяжение левых волокон);}$$

$$M_8 = \sum M^{\text{низ}} = 10 \cdot 2 = 20 \text{ кН} \cdot \text{м} \text{ (растяжение правых волокон).}$$

Значения продольных сил в расчетных сечениях:

$$N_{1-2} = \sum F_x^l = 10 \text{ кН}; \quad N_{5-8} = \sum F_x^{\text{верх}} = -11 \text{ кН}.$$

По найденным значениям усилий строим эпюры Q , M и N (рис. 11.5, а).

4. Произведем визуальную проверку правильности построения эпюр усилий на основании правил, сформулированных в подразд. 10.2.

5. Определим экстремальное значение изгибающего момента на участке 9—10.

Вырезанный из расчетной схемы участок показан на рис. 11.5, б:

$$Q_0 = \sum F_y^п = -21 + 8x_0 = 0, \quad x_0 = 2,625 \text{ м}.$$

$$M_{\text{экт}} = \sum M^п = 21x_0 - 8x_0 \cdot 0,5x_0 = 2,625(21 - 4 \cdot 2,625) = 27,56 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

6. Проверим равновесие верхнего (рис. 11.6, а) и нижнего (рис. 11.6, б) узлов расчетной схемы.

11.1.2. Трехшарнирные арки

Аналитический расчет арок включает в себя определение опорных реакций и вычисление усилий в сечениях. Определение опорных реакций было подробно описано в подразд. 3.2.3, теперь приведем порядок расчета усилий.

Рассмотрим трехшарнирную арку с опорами на одном уровне и для сравнения — простую балку с тем же пролетом, нагруженную той же нагрузкой, что и арка (рис. 11.7, а).

При определении вертикальных опорных реакций в арке и балке (рис. 11.7, б) с помощью уравнений равновесия $\sum M_A = 0$ и $\sum M_B = 0$ легко убедиться в том, что они одинаковые:

$$V_A = V_A^0; \quad V_B = V_B^0. \quad (11.1)$$

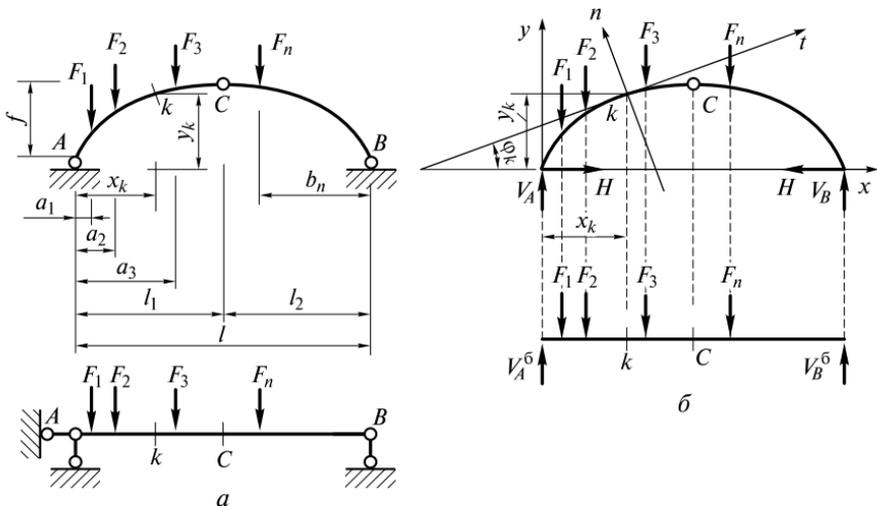


Рис. 11.7

Для определения распора воспользуемся одним из уравнений (3.8):

$$\sum M_C^{\bar{0}} = V_A l_1 - F_1(l_1 - a_1) - F_2(l_1 - a_2) - F_3(l_1 - a_3) - Hf = 0.$$

Первые четыре слагаемых в данной формуле с учетом (11.1) представляют собой выражение для изгибающего момента $M_C^{\bar{0}}$ в сечении C простой балки, что позволяет записать

$$H = \frac{M_C^{\bar{0}}}{f}. \quad (11.2)$$

Для определения усилий рассмотрим произвольное сечение k с координатами x_k и y_k и углом наклона к горизонту φ_k (см. рис. 11.7, б), образованным касательной t к оси арки в сечении k .

На основании общих правил определения усилий в произвольном сечении стержневой расчетной схемы запишем:

$$M_k = \sum M_k^{\bar{n}} = V_A x_k - F_1(x_k - a_1) - F_2(x_k - a_2) - H y_k; \quad (11.3)$$

$$Q_k = \sum F_n^{\bar{n}} = (V_A - F_1 - F_2) \cos \varphi_k - H \sin \varphi_k; \quad (11.4)$$

$$N_k = \sum F_n^{\bar{n}} = -(V_A - F_1 - F_2) \sin \varphi_k - H \cos \varphi_k. \quad (11.5)$$

В полученных формулах

$$V_A x_k - F_1(x_k - a_1) = M_k^{\bar{0}}; \quad (V_A - F_1 - F_2) = Q_k^{\bar{0}}. \quad (11.6)$$

Выражения (11.6) представляют собой соответственно изгибающий момент и поперечную силу в сечении k простой балки.

Подставив (11.6) в формулы (11.3)...(11.5), получим выражения усилий в произвольном сечении трехшарнирной арки:

$$M_k = M_k^6 - H y_k; \quad (11.7)$$

$$Q_k = Q_k^6 \cos \varphi_k - H \sin \varphi_k; \quad (11.8)$$

$$N_k = -(Q_k^6 \sin \varphi_k + H \cos \varphi_k). \quad (11.9)$$

Выражения (11.7)...(11.9) свидетельствуют о том, что эпюры усилий в трехшарнирных арках криволинейные.

Применение приведенных формул для расчета арки рассмотрим на конкретном примере.

Пример 11.3. Требуется построить эпюры усилий для трехшарнирной арки, изображенной на рис. 11.8, а, ось которой очерчена по квадратной параболе.

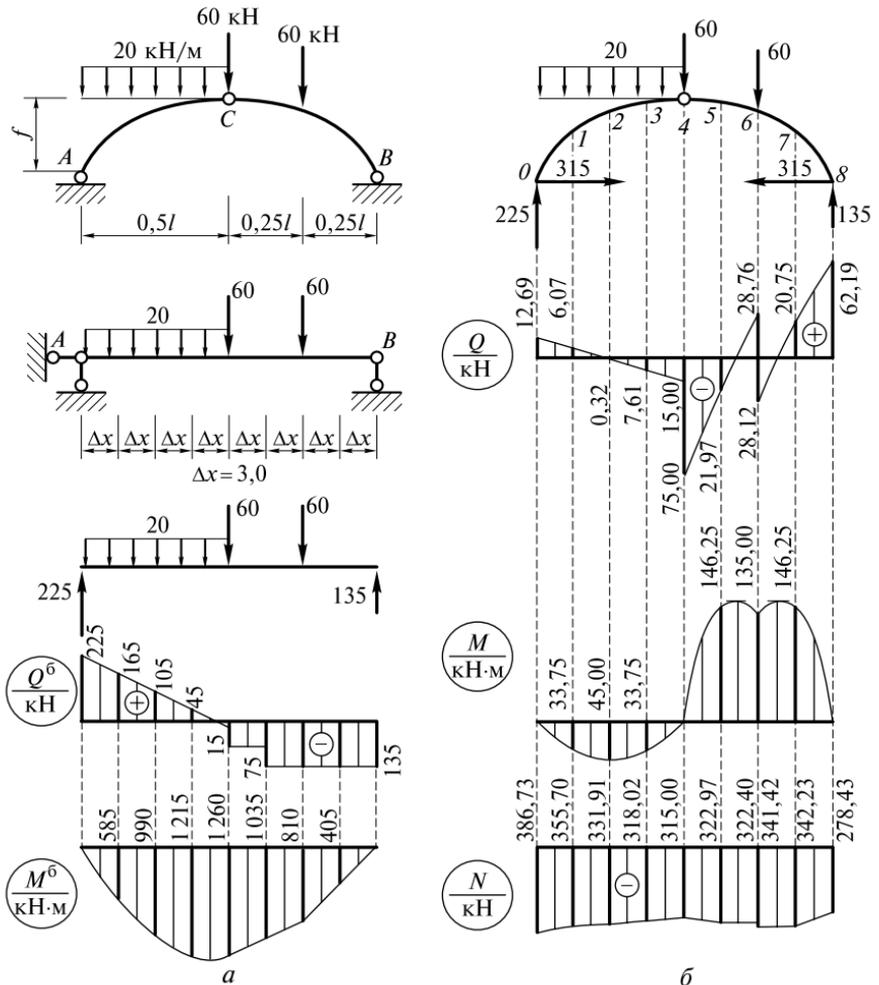


Рис. 11.8

$$y = \frac{4fx}{l^2}(l - x)$$

с началом координат в левой опорной точке.

Решение. 1. Определим геометрические характеристики расчетных сечений арки.

Примем шаг расчетных сечений арки $\Delta x = 3$ м.

Координаты расчетных сечений при принятом шаге определяются по заданному уравнению параболы.

Углы наклона касательных в расчетных сечениях найдем по их тангенсу:

$$y' = \operatorname{tg} \varphi_k = \frac{4f}{l^2}(l - 2x).$$

Тогда необходимые для применения формул (11.8) и (11.9) значения тригонометрических функций вычислим по следующим зависимостям:

$$\cos \varphi_k = \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \varphi_k}}; \quad \sin \varphi_k = \operatorname{tg} \varphi_k \cos \varphi_k.$$

Требуемые значения координат и тригонометрических функций для рассматриваемой арки представлены в табл. 11.1.

2. Определим вертикальные опорные реакции:

$$\sum M_A = 0; \quad 20 \cdot 12 \cdot 6 + 60 \cdot 12 + 60 \cdot 18 - V_B \cdot 24 = 0, \quad V_B = 135 \text{ кН.}$$

$$\sum M_B = 0; \quad V_A \cdot 24 - 20 \cdot 12 \cdot 18 - 60 \cdot 12 - 60 \cdot 9 = 0, \quad V_A = 225 \text{ кН.}$$

3. Построим эпюры Q^0 и M^0 (см. рис. 11.8, а) и определим балочные усилия для каждого расчетного сечения.

Таблица 11.1

**Геометрические характеристики сечений трехшарнирной арки
из примера 11.3**

Номер сечения	x, м	y, м	tg φ_k	sin φ_k	cos φ_k
0	0	0	0,668	0,554	0,832
1	3	1,75	0,500	0,449	0,894
2	6	3,00	0,334	0,317	0,948
3	9	3,75	0,167	0,165	0,986
4	12	4,00	0	0	1,00
5	15	3,75	-0,167	-0,165	0,986
6	18	3,00	-0,334	-0,317	0,948
7	21	1,75	-0,500	-0,449	0,894
8	24	0	-0,668	-0,554	0,832

Результаты определения усилий в сечениях трехшарнирной арки к примеру 11.3

Номер сечения	M_k^0 , кН·м	$-H y_k$	M_k , кН·м	Q_k^0 , кН	$Q_k^0 \cos \varphi_k$	$-H \sin \varphi_k$	Q_k , кН	$-Q_k^0 \sin \varphi_k$	$-H \cos \varphi_k$	N_k , кН
0	0	0	0	225	187,20	-174,51	12,69	-124,65	-262,08	-386,73
1	585	-551,25	33,75	165	147,51	-141,44	6,07	-74,09	-281,61	-355,70
2	990	-945,00	45,00	105	99,54	-99,86	-0,32	-33,29	-298,62	-331,91
3	1 215	-1 181,25	33,75	45	44,37	-51,98	-7,61	-7,43	-310,59	-318,02
4	1 260	-1 260,00	0	-15 -75	-15,00 -75,00	0	-15,00 -75,00	0	-315,00	-315,00
5	1 035	-1 181,25	-146,25	-75	-73,95	51,98	-21,97	-12,38	-310,59	-322,97
6	810	-945,00	-135,00	-75 -135	-71,10 -127,98	99,86	28,76 -28,12	-23,78 -42,80	-298,62	-322,40 -341,42
7	405	-551,25	-146,25	-135	-120,69	141,44	20,75	-60,62	-281,61	-342,23
8	0	0	0	-135	-112,32	174,51	62,19	-16,35	-262,08	-278,43

4. Определим распор в арке по формуле (11.2):

$$H = 1\,260/4 = 315 \text{ кН.}$$

5. Определим усилия в сечениях арки по формулам (11.7)...(11.9).

Результаты расчета рассматриваемой арки приведены в табл. 11.2 и по данным этой таблицы на рис. 11.8, б построены эпюры Q , M и N .

Сравнительный анализ работы трехшарнирной арки и простой балки

Как видно из формул для определения усилий в сечениях арки (11.7)...(11.9), по сравнению с простой балкой арка обладает определенными преимуществами. При одинаковых пролетах и нагрузках в сечениях арки изгибающие моменты меньше, чем в простой балке. Следовательно, при прочих равных условиях поперечные сечения арки будут меньшими, и конструкция в целом может быть более экономичной по расходу материалов. В трехшарнирных арках существенное уменьшение изгибающих моментов имеет место в средней части пролета, где в балках, как правило, изгибающие моменты достигают наибольших значений. Поперечные силы в сечениях арки также меньше, чем в простой балке. Меньшие изгибающие моменты и поперечные силы в арках обусловлены наличием распора. В то же время наличие распора приводит к появлению в сечениях арки продольных сжимающих сил. Однако, как показала практика, большинство строительных конструкционных материалов лучше работает на сжатие, им на изгиб.

Понятие рациональной оси трехшарнирной системы

Так как большинство строительных конструкционных материалов лучше работает на сжатие, чем на изгиб, очевидно, что наиболее экономичными с точки зрения работы материала будут арки, в которых изгибающие моменты малы или равны нулю и которые называются *арками с рациональной осью очертания*.

В качестве примера рассмотрим трехшарнирную арку, нагруженную равномерно распределенной нагрузкой (рис. 11.9).

Опорные реакции такой арки запишем в виде

$$V_A = V_B = 0,5ql; \quad H = \frac{M_C^6}{f} = \frac{ql^2}{8f}.$$

Для произвольного сечения арки с координатами (x, y) выражение изгибающего момента будет иметь вид

$$M(x) = V_A x - 0,5qx^2 - Hy = 0,5qlx - 0,5qx^2 - \frac{ql^2}{8f} y.$$

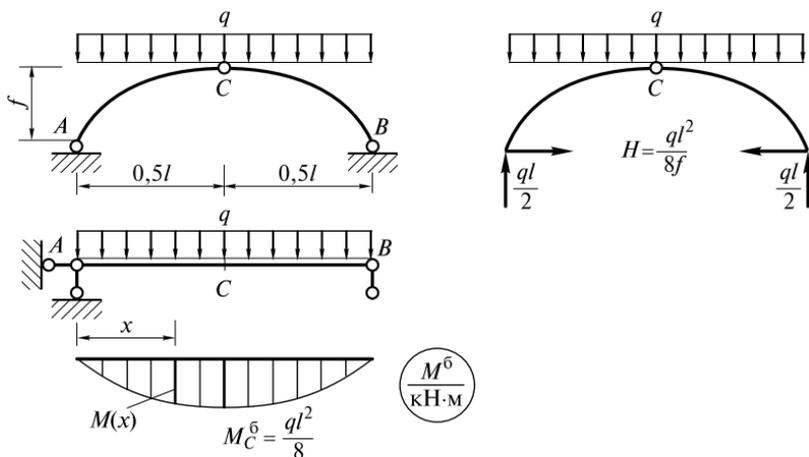


Рис. 11.9

Приравняв полученное выражение к нулю, после несложных преобразований получим уравнение квадратной параболы

$$y = \frac{4fx}{l^2} (l - x).$$

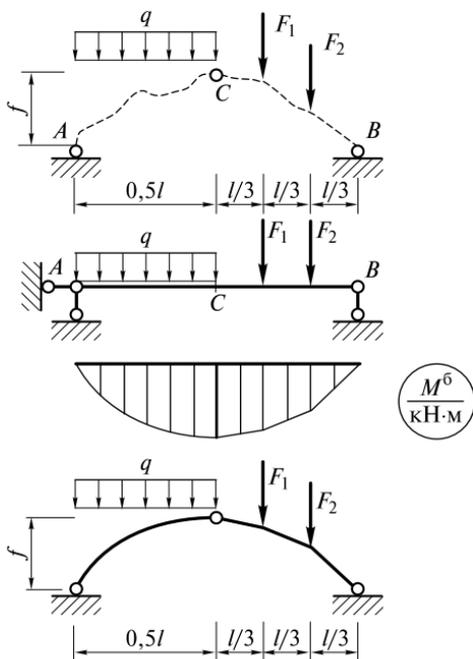


Рис. 11.10

Следовательно, в параболической арке при действии равномерно распределенной нагрузки во всех сечениях изгибающие моменты равны нулю, т. е. для данного вида нагрузки параболическое очертание оси арки является рациональным. При вертикальной нагрузке все сечения такой арки работают только на сжатие.

Аналогично можно показать, что при действии радиальной равномерно распределенной нагрузки, рациональным будет круговое очертание арки.

В общем случае рациональное очертание арки, зависящее от вида действующей нагрузки, может быть более сложным и содержать как криволинейные участки оси, так и ломаные.

Таким образом, чтобы получить рациональное очертание арки или трехшарнирной системы для заданного вида нагрузки, достаточно построить эпюр изгибающих моментов M^6 , все его ординаты разделить на значение распора H и «перевернуть» полученную кривую или ломаную линию (рис. 11.10).

11.1.3. Комбинированные расчетные схемы

Комбинированными принято называть расчетные схемы, представляющие собой сочетание элементов, работающих в условиях изгиба (балки, арки), с элементами, работающими только на растяжение или сжатие (стержни или части ферм) (см. рис. 1.11, p и рис. 3.15).

В силу разного напряженного состояния элементов комбинированные расчетные схемы могут выполняться из различных материалов: например, балочные элементы, работающие в основном на изгиб или сжатие, — из железобетона, а центрально растянутые элементы — из металла. Это определяет экономичность и широкое использование комбинированных систем при перекрытии больших пролетов, особенно в мостостроении.

Расчет таких систем производится уже известными способами, в основе которых лежит метод сечений.

Общие принципы определения усилий в комбинированной расчетной схеме рассмотрим на конкретном примере.

Пример 11.4. Требуется определить усилия во всех элементах шпренгельной балки, показанной на рис. 11.11, a .

Расчетная схема образуется двумя стержнями AC и CB , работающими на изгиб, и системой из семи стержней, испытывающих только продольные деформации (шпренгелей).

Решение. 1. Произведем проверку геометрической неизменяемости рамы.

Число опорных связей $C_{оп} = 3$, число простых шарниров $\Pi = 12$, число дисков $D = 9$.

Необходимое условие геометрической неизменяемости схемы (1.4) выполняется:

$$3D - 2\Pi - C_{оп} = 3 \cdot 9 - 2 \cdot 12 - 3 = 0.$$

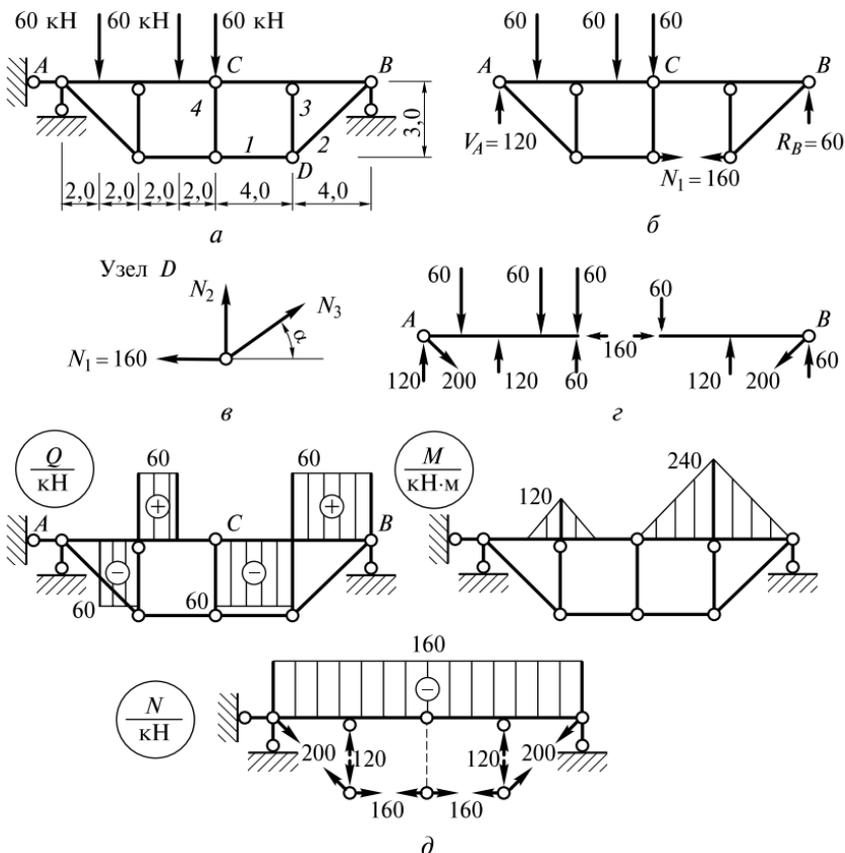


Рис. 11.11

Балка CB и стержни 3, 4 в правой части схемы образуют геометрически неизменяемый диск по принципу триады. Точно такой же диск в силу симметрии расчетной схемы образуется и в левой ее части. Эти два неизменяемых диска соединены между собой тремя правильно расположенными связями: двумя в шарнире C и линейной связью — затяжкой I , т. е. также образуют единое геометрически неизменяемое целое. Полученное единое целое присоединено к основанию тремя опорными связями, расположенными с выполнением условия геометрической неизменяемости.

Следовательно, расчетная схема является геометрически неизменяемой.

2. Определим опорные реакции.

Так как горизонтальная нагрузка на расчетную схему отсутствует, горизонтальная реакция в опоре A равна нулю. Вертикальные опорные реакции найдем из уравнений равновесия:

$$\sum M_A = 0; 60 \cdot 2 + 60 \cdot 6 + 60 \cdot 8 - R_B \cdot 16 = 0, R_B = 60 \text{ кН};$$

$$\sum M_B = 0; R_A \cdot 16 - 60 \cdot 14 - 60 \cdot 10 - 60 \cdot 8 = 0, R_A = 120 \text{ кН}.$$