СРЕДНЕЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЕ ОБРАЗОВАНИЕ

А. М. БРОДСКИЙ, Э. М. ФАЗЛУЛИН,
В. А. ХАЛДИНОВ

ИНЖЕНЕРНАЯ ГРАФИКА

(МЕТАЛЛООБРАБОТКА)

Учебник

Рекомендовано
Федеральным государственным автономным учреждением
«Федеральный институт развития образования» (ФГАУ «ФИРО»)
в качестве учебника для использования в учебном процессе
образовательных учреждений, реализующих ФГОС СПО
по специальностям технического профиля, «Инженерная графика»

Регистрационный номер рецензии 358
от 28 июня 2012 г. ФГАУ «ФИРО»

9-е издание, стереотипное

ACADEMIA

Москва
Издательский центр «Академия»
2013

УДК 744
ББК 30.11
Б881

Рецензенты:
зав. кафедрой «Инженерная и компьютерная графика» Московской государственной академии приборостроения и информатики,
канд. техн. наук, доц. *В. Г. Нагаев*;
преподаватель Московского государственного колледжа информационных технологий *Н. Н. Моисеева*

Бродский А. М.
Б881 Инженерная графика (металлообработка) : учебник для студ. учреждений сред. проф. образования / А. М. Бродский, Э. М. Фазлулин, В. А. Халдинов. — 9-е изд., стер. — М. : Издательский центр «Академия», 2013. — 400 с.
ISBN 978-5-7695-9838-8

Приведены приемы наиболее часто встречающихся геометрических построений и основные положения начертательной геометрии. Рассмотрены общие правила выполнения чертежей и правила выполнения чертежей некоторых машиностроительных деталей, их соединений и различных схем, а также основы машинной графики.

Учебник может быть использован при изучении общепрофессиональной дисциплины «Инженерная графика» в соответствии с ФГОС СПО для всех технических специальностей.

Для студентов учреждений среднего профессионального образования.

УДК 744
ББК 30.11

Учебное издание

Бродский Абрам Моисеевич, Фазлулин Энвер Мунирович, Халдинов Виктор Алексеевич

Инженерная графика (металлообработка)

Учебник

9-е издание, стереотипное

Редактор *В. Н. Махова*. Технический редактор *Н. И. Горбачева*
Компьютерная верстка: *Т. А. Катова*, *М. Н. Круглов*
Корректоры *И. Н. Волкова*, *Н. С. Потемкина*

Изд. № 109103582. Подписано в печать 11.02.2013. Формат 60×90/16. Гарнитура «Таймс».
Печать офсетная. Бумага офсетная № 1. Усл. печ. л. 25,0. Тираж 2 500 экз. Заказ №

ООО «Издательский центр «Академия». www.academia-moscow.ru
129085, Москва, пр-т Мира, 101В, стр. 1, а/я 48.
Тел./факс: (495) 648-05-07, 616-00-29.

Санитарно-эпидемиологическое заключение № РОСС RU. AE51. Н 16067 от 06.03.2012.

Отпечатано с электронных носителей издательства.
ОАО «Тверской полиграфический комбинат», 170024, г. Тверь, пр-т Ленина, 5.
Телефон: (4822) 44-52-03, 44-50-34. Телефон/факс: (4822) 44-42-15.
Home page — www.tverpk.ru Электронная почта (E-mail) — sales@tverpk.ru

ISBN 978-5-7695-9838-8

ПРЕДИСЛОВИЕ

Настоящий учебник отвечает программе дисциплины «Инженерная графика», разработанной в соответствии с государственными требованиями к уровню подготовки специалистов технического профиля среднего специального образования.

Авторы старались изложить материал в простой и доступной для понимания учащимися форме. Использованные математические понятия не выходят за пределы изучаемых в средней школе.

Структура и содержание учебника отражают представления авторов о методически обоснованной системе изложения требуемого материала. Материал излагается в строгой последовательности: от простейших геометрических построений, призванных не только сообщить некоторый объем сведений, но и развить у учащегося навыки владения чертежным инструментом, через теоретическое обоснование изображения пространственных геометрических форм на плоскости — к правилам изображения машиностроительных деталей, сборочных единиц, схем и основам машинной графики.

Изложение положений, связанных с геометрическими построениями, преобразованиями и особенностями изображений, опирается на знания, полученные учащимися в средней школе.

Материал учебника позволяет получить как минимальные, так и более глубокие знания, для чего авторы широко используют шрифтовые выделения.

Объем приведенной информации позволяет преподавателю выбрать те положения курса, которые наиболее необходимы для использования конкретными специалистами.

Введение, главы 1 и 2 подготовлены А. М. Бродским, главы 3 и 6 — В. А. Халдиновым, главы 4, 5 и 7 — Э. М. Фазлулиным. Авторы будут признательны за все пожелания и замечания по содержанию учебника.

ВВЕДЕНИЕ

К основным характеристикам многообразия мира, в котором мы существуем, относятся форма и размер окружающих нас предметов. Попытки отобразить эти признаки предпринимались с незапамятных времен. Например, в Каповой пещере на Урале были найдены изображения мамонтов и лошадей, выполненные людьми эпохи палеолита (25—20 тыс. лет до н. э.). В Испании обнаружены рисунки коней с развевающимися гривами и раненых бизонов, а также контур прижатой к стене руки, относящиеся к 20—15 тысячелетиям до н. э. Возможно, человек, создавая эти изображения, надеялся добиться успеха на предстоящей охоте или старался запомнить и сообщить окружающим обстоятельства состоявшегося события. С позиций сегодняшнего дня мы охарактеризовали бы его действия как обмен информацией с другими членами общества.

С течением времени количество описываемых объектов увеличивалось, соответственно возрастал и объем используемой информации. Появилась необходимость передавать и воспринимать достаточно подробные сведения о природных особенностях местности, возводимых строительных сооружениях, предметах труда и др. Оказалось, что наиболее удобным приемом передачи информации об объемном, реально существующем или придуманном объекте является графическое изображение его на плоскости. По мере усложнения создаваемых инженерных сооружений, механизмов и машин возникла необходимость разработки таких правил их изображения, которые позволили бы с использованием ограниченного числа средств (точек, линий, цифр, знаков и надписей) передавать достаточно полную информацию в виде, доступном любому специалисту.

Техническая дисциплина, разрабатывающая правила передачи информации об окружающих нас предметах (сооружениях, машинах, отдельных деталях и пр.) путем изображения их на плоскости, называется черчением. Результат воспроизведения пространственного объекта с помощью линий на плоскости называется чертежом.

Развитие цивилизации обусловило возникновение и совершенствование геометрии. Зародившись из потребности измерения земельных наделов, геометрия становится наукой, изучающей формы плоских и пространственных фигур, а также отношения между ними. По мере усложнения используемых человеком сооружений и предметов, а следовательно, увеличения объема передаваемой информации возрастает практическое значение геометрии. При строительстве пирамид в Египте (около 2800 лет до н. э.), Судане (примерно 500 лет до н. э.) и Мексике (100—500 лет н. э.) уже использовали чертежи, достаточно точно передающие не только форму, но и размеры возводимого сооружения.

Пришедшая на смену египетской культура Древней Греции оставила нам имена не только великих скульпторов, поэтов и философов, но и великих математиков — это Фалес из Милета, Пифагор из Самоса, Евклид из Александрии, Архимед из Сиракуз. Перечень могут продолжить Апполоний Пергский и Менелай Александрийский, известные своими трудами по геометрии и тригонометрии. Римский архитектор и инженер Витрувий, обобщая и развивая опыт греческого и римского зодчества, использовал непременные составляющие любого проекта — три вида изображений: ихнографию (план сооружения), ортографию (вид спереди) и сценографию (изображение в перспективе).

Новое развитие теории изображений произошло лишь в эпоху Ренессанса (XIII—XVI вв. н. э.). Возрождение античной культуры вызвало потребность достоверного изображения окружающего мира. Поиски сущности правильного изображения привели к использованию математики, законов геометрии и открытию закономерностей перспективы.

Выдающийся немецкий живописец и график Альбрехт Дюрер (1471—1528) не только впервые изложил основы евклидовой геометрии и описал построение геометрических фигур, но и заметно развил теорию пространственного изображения.

Особое место в формировании современных способов отображения геометрических форм объектов окружающего мира занимает французский ученый и инженер Амедео Франсуа Фрезье (1682—1773). Его труды можно считать первыми фундаментальными пособиями по основам начертательной геометрии. Фрезье пользовался различными приемами проецирования, приводил примеры проецирования на две взаимно перпендикулярные плоскости, применял для определения истинного вида фигуры способы преобразования чертежа. Многие использованные им понятия и приемы современны и поныне.

Возникновение начертательной геометрии как науки об изображении пространственных геометрических форм на плоскости связывают с именем французского математика и инженера Гаспара Монжа (1746—1818). Выдающиеся способности позволили сыну торговца скобяными товарами в бургундском городке Бон, пробившись через все сословные преграды, стать в 24 года заведующим кафедрами математики и физики в Королевской военно-инженерной школе в Мезьере, а в 34 года быть избранным членом Парижской академии наук.

В 1795 г. в Париже для подготовки преподавателей была открыта Нормальная школа, значительный объем в программе которой занимали предметы, связанные с теорией и практическим приложением начертательной геометрии. Первый курс начертательной геометрии в этой школе читал Монж. Стенограммы его лекций были напечатаны в 1795 г. в журнале Нормальной школы, а в 1799 г. вышли отдельной книгой. Это был первый учебник, где начертательная геометрия была заявлена как самостоятельная наука.

Первым русским ученым, связавшим свою судьбу с начертательной геометрией, был Яков Александрович Севастьянов (1796—1849) — профессор Корпуса инженеров путей сообщения и автор переводных и оригинальных трудов.

Начертательная геометрия как фундаментальная дисциплина была введена в программы многих учебных заведений — Инженерного и Артиллерийского училищ, Санкт-Петербургского и Московского университетов, Императорского Московского технического училища и др. В 1822 г. курс начертательной геометрии в Казанском университете читал Н. И. Лобачевский. Однако ведущее положение в подготовке кадров и развитии начертательной геометрии в России XIX в. сохранял Корпус инженеров путей сообщения, где учились и передавали знания следующим поколениям внесшие заметный вклад в науку А. Х. Редер (1809—1873), Н. П. Дуров (1834—1879), Н. И. Макаров (1824—1904), В. И. Рынин (1877—1942). В области начертательной геометрии 14 классических трудов создал Валериан Иванович Курдюмов (1853—1904).

В XX в. черчение следовало за техническим прогрессом, т. е. существенный и быстрый рост потребности в чертежах обусловил совершенствование приемов изображения, а также используемых технологий и оборудования. Например, если в начале века для хранения и размножения использовали чертежи, выполненные тушью на тонком батисте, то в середине века стало возможным оперативно изготавливать необходимое число копий с оригинала, вычерченного карандашом на листе бумаги.

Качественные изменения в способы передачи информации геометрического характера внесли компьютеры, оснащенные специальными графическими программами. Стало возможным выполнять и размножать чертежи, используя компьютер, вводить в память компьютера чертежи, выполненные вручную, сохранять информацию на магнитном носителе и передавать эту информацию непосредственно на технологическое оборудование, предназначенное для изготовления моделей или готовых деталей. Компьютер позволяет получить любое изображение объекта, т. е. обеспечивает возможность «рассматривать» его со всех сторон.

Однако прогресс никак не умаляет значения начертательной геометрии и черчения, которые В. И. Курдюмов определил следующим образом: «Если чертеж является языком техники, одинаково понятным всем народам, то начертательная геометрия служит грамматикой этого мирного языка, так как она учит нас правильно читать чужие и излагать на нем наши собственные мысли, пользуясь в качестве слов одними только линиями и точками, как элементами всякого изображения».

Умение понимать язык чертежа и передавать на этом языке необходимые сведения обязательны для любого квалифицированного специалиста, связанного с разработкой, изготовлением или эксплуатацией машин. Правильное и глубокое понимание сведений, приведенных на чертеже, является непременным условием изготовления качественных деталей, механизмов и устройств.

Глава 1
ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ПОСТРОЕНИЯ

На практике довольно часто приходится выполнять некоторые простейшие геометрические построения. Это необходимо не только при составлении чертежа, но и при выполнении разметки перед изготовлением детали, а также при подготовке инструмента для ее контроля в процессах обработки и эксплуатации. Поэтому изучение черчения необходимо начать со знакомства с приемами достаточно точных геометрических построений.

1.1. Построение параллельных прямых

Пусть имеются прямая *MN* (рис. 1.1) и точка *C*, не лежащая на этой прямой. Требуется через точку *C* провести прямую, параллельную прямой *MN*.

На прямой *MN* следует выделить произвольный отрезок *AB*. Из точки *C*, как из центра, провести дугу окружности радиусом R_1, равным отрезку *AB*, а из точки *B* дугу окружности радиусом R_2, равным отрезку *AC*. Пересечение двух дуг в точке *D* позволит провести прямую *CD*, параллельную прямой *MN*.

Построение основано на свойствах параллелограмма, противоположные стороны которого, как известно, равны и параллельны. Действи-

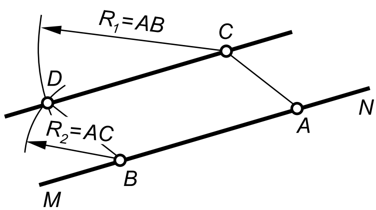


Рис. 1.1

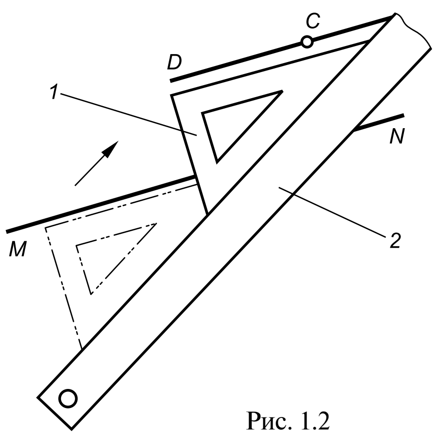


Рис. 1.2

тельно, $CD = AB$, а $BD = AC$. Следовательно, четырехугольник $ACDB$ — параллелограмм и $CD \parallel$ AB.

На практике прямую, параллельную заданной, часто проводят с помощью чертежных инструментов: двух угольников или линейки и угольника. Например, имея угольник и линейку, построение производят следующим образом. Одну из сторон угольника *1* (рис. 1.2) располагают вдоль прямой MN, а к другой — прикладывают линейку *2.* Сдвигают угольник вдоль линейки и при совмещении стороны угольника с точкой C проводят прямую CD.

1.2. Построение взаимно перпендикулярных прямых

Пусть имеется прямая AB (рис. 1.3) и принадлежащая ей точка C. Требуется провести через точку C прямую, перпендикулярную к прямой AB.

Из точки C дугой окружности произвольным радиусом R_1 следует отложить на прямой AB два равных отрезка: CD и CE. Из точек D и E, как из центров, провести две дуги окружностей с радиусом R_2, размер которого выбирается несколько больше, чем длина отрезка $CD = CE$. Пересечение дуг в точке N позволяет провести перпендикуляр CN к прямой AB. Вторая точка пересечения этих дуг — точка M может служить для контроля точности построения.

Построение основано на свойствах равнобедренного треугольника, в котором, как известно, медиана, проведенная к основанию, является и высотой. Рассмотрев треугольник DEN, можно утверждать, что он равнобедренный ($DN = EN = R_2$), точка C делит его основание DE пополам ($CD = CE = R_1$). Следовательно, CN — медиана (и высота) треугольника DEN.

Если условия не позволяют отложить от заданной точки C на прямой AB достаточные по размеру отрезки в обе стороны, то можно воспользоваться другим приемом.

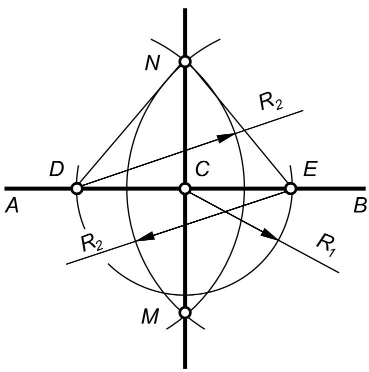


Рис. 1.3

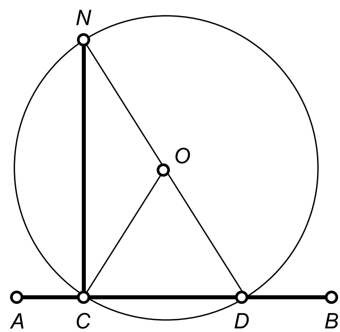


Рис. 1.4

Пусть задан отрезок AB (рис. 1.4) и принадлежащая ему точка C. Требуется провести перпендикуляр к отрезку AB, проходящий через точку C.

Точка C располагается близко к концу A отрезка, т.е. невозможно продолжить отрезок AB и использовать рассмотренный ранее прием проведения перпендикуляра. В этом случае можно произвольно выбрать точку O, из которой, как из центра, провести окружность радиусом OC. Пересечение этой окружности с отрезком AB определяет положение точки D, через которую проводят диаметр DN окружности, и точку N соединяют с точкой C. Отрезок CN — искомый перпендикуляр к отрезку AB.

Угол NCD — прямой, так как вписан в окружность с центром в точке O и опирается на диаметр DN.

Если необходимо провести перпендикуляр к прямой AB (рис. 1.5) из точки C, не принадлежащей прямой AB, поступают следующим образом.

Из точки C, как из центра, проводят дугу окружности радиусом R_1. Размер радиуса выбирается несколько больше, чем расстояние от точки C до прямой AB. Пересечение дуги с прямой AB определяет положение точек D и E. Из точек D и E, как из центров, проводят дуги окружностей с произвольным радиусом R_2. Пересечение этих дуг дает точку N, которую соединяют с точкой C. Отрезок CN — искомый перпендикуляр к прямой AB.

Из равенства треугольников CDN и CEN ($CD = CE = R_1$, $DN = EN = R_2$, CN — общая сторона) следует, что CN — биссектриса угла DCE. А в равнобедренном треугольнике CDE ($CD = CE$) биссектриса является и высотой, т.е. прямая CN перпендикулярна к прямой AB.

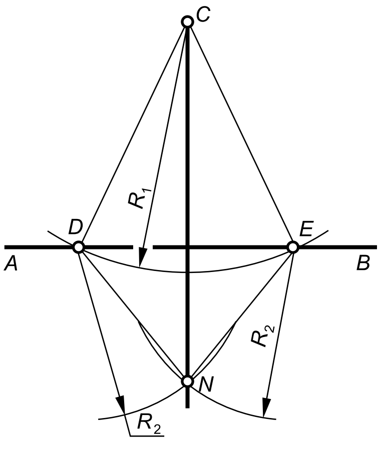


Рис. 1.5

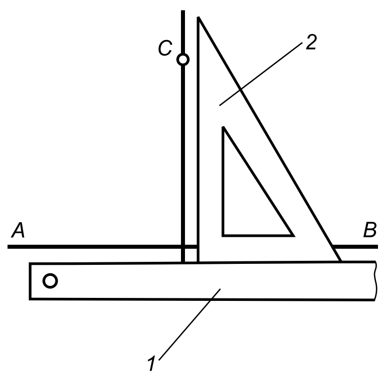


Рис. 1.6

При построении перпендикуляра к прямой можно использовать чертежные инструменты: два угольника или угольник и линейку. Например, для проведения перпендикуляра через точку *C* (рис. 1.6) к прямой *AB* следует линейку *1* сориентировать вдоль прямой *AB*, а угольник *2* приложить к линейке одним из катетов, совместив второй катет с точкой *C*.

1.3. Деление отрезка прямой

Пусть необходимо разделить отрезок *AB* (рис. 1.7) пополам.

Из концов *A* и *B* отрезка, как из центров, провести дуги окружностей радиусом *R*, размер которого должен быть несколько больше, чем половина длины отрезка *AB*, и точки *M* и *N* пересечения дуг соединить прямой. Точка *C* пересечения прямой *MN* с прямой *AB* разделит заданный отрезок пополам.

Точка *C* является точкой пересечения диагоналей ромба *AMBN*, которая, как известно, делит диагонали пополам.

Пусть отрезок *AB* (рис. 1.8) необходимо разделить точкой *C* так, чтобы размеры полученных участков находились в некотором заданном отношении, например в отношении 3 : 2, считая от точки *A*.

Через точку *A* под произвольным углом к *AB* провести луч, и отложить на нем требуемое число произвольных по размеру, но равных между собой отрезков. В рассматриваемом примере таких отрезков должно быть 5 (т. е. 3 + 2). Конец последнего отрезка (точку *5*) надо соединить с точкой *B*, и из точки *3* на луче, соответствующей заданному отношению, провести прямую, параллельную прямой *B5*. Пересечение луча, исходящего из точки *3*, с отрезком *AB* определяет положение точки *C*, которая делит отрезок *AB* в отношении $AC : CB = 3 : 2$.

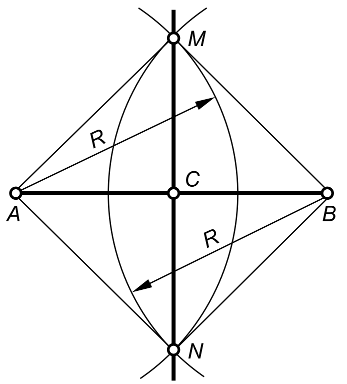


Рис. 1.7

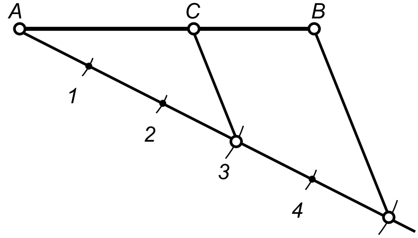


Рис. 1.8

Построение основано на известном положении: при пересечении сторон угла параллельными прямыми на его сторонах отсекаются пропорциональные отрезки.

1.4. Построение углов

Пусть требуется построить угол с вершиной в точке *B* (рис. 1.9), составляющий с лучом *BC* 35°.

Один из возможных вариантов решения задачи — использование транспортира. Совместив обозначенную на нем точку с вершиной *B* и направив его прямолинейную сторону вдоль луча *BC*, по шкале с делениями отмечают точку, через которую должна пройти вторая сторона угла. Убрав транспортир, проводят луч *BA*.

С помощью транспортира можно построить любой угол от 0 до 360°. Если заданный угол превышает 180°, то по транспортиру отмечают угол, составляющий в сумме с углом 180° требуемое значение. Например, если необходимо построить угол, равный 215°, его представляют как сумму углов 180 и 35°.

Более точное построение обеспечивается использованием тригонометрических функций — тангенса или котангенса. Для углов до 45° удобней пользоваться тангенсами, а для углов, превышающих 45°, — котангенсами. Значения этих функций приведены в табл. 1.1.

Например, для построения угла, равного 35°, по табл. 1.1 находим $\mathrm{tg}\,35° = 0{,}700$, и в определенном масштабе строим прямоугольный треугольник с соответствующим соотношением катетов. Для чего на луче *BC* (рис. 1.10) выделяем отрезок *BD*, равный 100 мм, и из точки *D* восстанавливаем перпендикуляр, на котором откладываем отрезок *AD*, равный 70 мм. Гипотенуза *AB* полученного прямоугольного треугольника *ABD* наклонена к катету *BD* под углом 35°.

Значение угла также может быть задано графически. Пусть требуется на прямой *FG* (рис. 1.11) построить угол с вершиной в точке *O*, равный углу *ABC*.

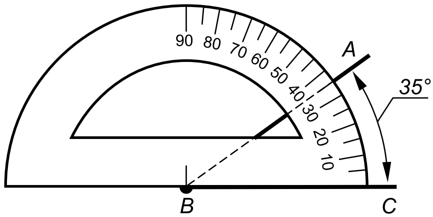


Рис. 1.9

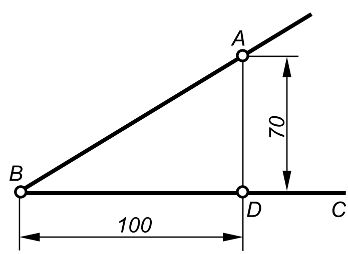


Рис. 1.10

Таблица 1.1

Значения тангенсов и котангенсов угла α

Угол α,°	tg α		Угол α,°	tg α		Угол α,°	tg α	
1	0,017	89	16	0,287	74	31	0,601	59
2	0,035	88	17	0,306	73	32	0,625	58
3	0,052	87	18	0,325	72	33	0,649	57
4	0,070	86	19	0,344	71	34	0,675	56
5	0,087	85	20	0,364	70	35	0,700	55
6	0,110	84	21	0,384	69	36	0,727	54
7	0,123	83	22	0,404	68	37	0,754	53
8	0,140	82	23	0,424	67	38	0,781	52
9	0,158	81	24	0,445	66	39	0,810	51
10	0,176	80	25	0,466	65	40	0,839	50
11	0,194	79	26	0,488	64	41	0,869	49
12	0,213	78	27	0,510	63	42	0,900	48
13	0,231	77	28	0,532	62	43	0,933	47
14	0,249	76	29	0,554	61	44	0,966	46
15	0,268	75	30	0,557	60	45	1,000	45
	ctg α	Угол α,°		ctg α	Угол α,°		ctg α	Угол α,°

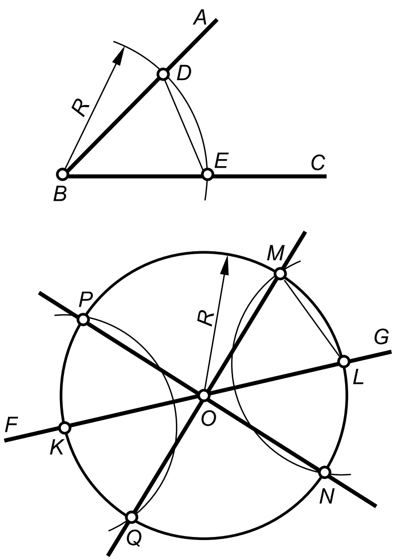


Рис. 1.11

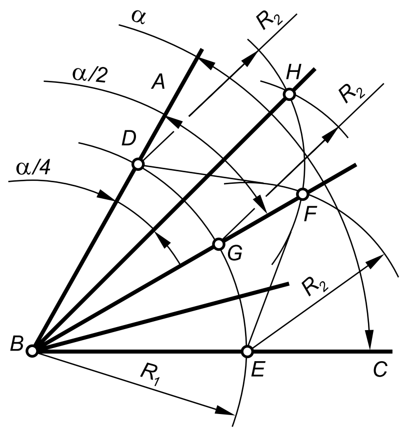


Рис. 1.12

Из точек B и O, как из центров, опишем дуги окружностей произвольным радиусом R. Дуга, проведенная из точки B, пересекает стороны угла в точках D и E, а дуга, проведенная из точки O — в точках K и L. Измерив циркулем длину хорды DE, проведем дуги окружностей радиусом DE из точек K и L до пресечения их с окружностью с центром в точке O. Точки пересечения M и N, P и Q определяют направления сторон углов MOL, LON, QOK и KOP, равных по значению заданному углу ABC. Таким образом, задача имеет четыре решения. Для получения однозначного решения в условии задачи необходимо уточнить положение искомого угла относительно прямой FG.

Равенство заданного и построенных углов следует из равенства треугольников ABC и, например, MOL ($BD = BE = OM = ON = R$, а $DE = ML$).

Достаточно точно можно разделить угол пополам или на любое четное число частей. Пусть угол ABC (рис. 1.12), равный α, необходимо разделить пополам.

Из вершины угла B, как из центра, провести дугу окружности произвольным радиусом R_1, которая пересечет стороны угла в точках D и E. Из этих точек, как из центров, надо провести дуги окружностей произвольным радиусом R_2, пересечение которых в точке F даст возможность провести биссектрису BF угла ABC и получить углы ABF и FBC, равные $\alpha/2$.

Равенство углов ABF и FBC следует из равенства треугольников BDF и BEF ($BD = BE = R_1$, $DF = EF = R_2$, а сторона BF — общая).

Используя точки D и G пересечения дуги радиусом R_1 с лучом BF, можно аналогично разделить пополам угол ABF, получив углы ABH и HBF, равные $\alpha/4$. Причем при построении точки H удобно использовать дуги окружностей с радиусом R_2.

1.5. Деление окружности на равные части, построение правильных многоугольников

Деление окружности на 4 и 8 частей

Концы взаимно перпендикулярных диаметров AC и BD (рис. 1.13) делят окружность с центром в точке O на 4 равные части. Соединив концы этих диаметров, можно получить квадрат $ABCD$.

Если угол COA между взаимно перпендикулярными диаметрами AE и CG (рис. 1.14) разделить пополам и провести взаимно перпендикулярные диаметры DH и BF, то их концы разделят окружность с центром в точке O на 8 равных частей. Соединив концы этих диаметров, можно получить правильный восьмиугольник $ABCDEFGH$.

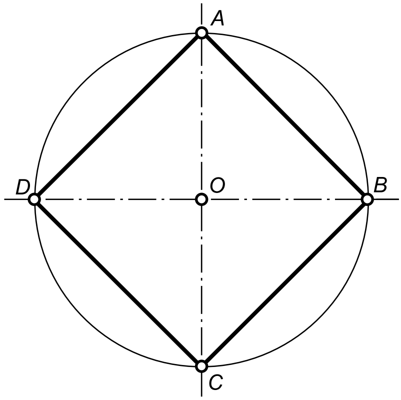


Рис. 1.13

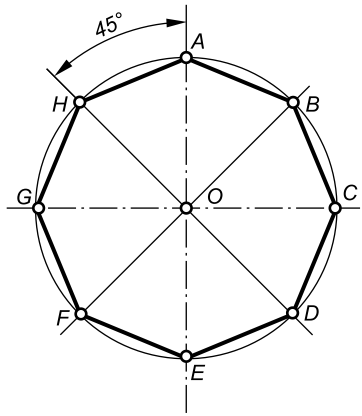


Рис. 1.14

Деление окружности на 3, 6 и 12 частей

Для деления окружности на 6 частей используют равенство сторон правильного шестиугольника радиусу описанной окружности. Если задана окружность с центром в точке *O* (рис. 1.15) и радиусом *R*, то из концов одного из ее диаметров (точек *A* и *D*), как из центров, проводят дуги окружностей радиусом *R*. Точки пересечения этих дуг с заданной окружностью разделят ее на 6 равных частей. Последовательно соединив найденные точки, получают правильный шестиугольник *ABCDEF*.

Если окружность с центром в точке *O* (рис. 1.16) необходимо разделить на 3 равные части, то радиусом, равным радиусу этой окружности, следует провести дугу лишь из одного конца диамет-

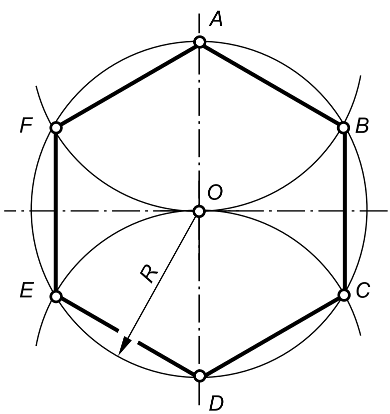


Рис. 1.15

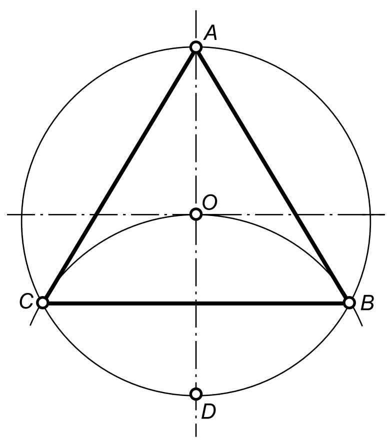


Рис. 1.16

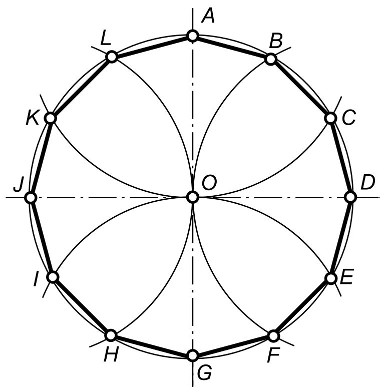


Рис. 1.17

ра, например точки D. Точки B и C пересечения этой дуги с заданной окружностью, а также точка A разделят последнюю на 3 равные части. Соединив точки A, B и C, можно получить равносторонний треугольник ABC.

Чтобы разделить окружность на 12 частей, деление окружности на 6 частей повторяют дважды (рис. 1.17), используя в качестве центров концы взаимно перпендикулярных диаметров: точки A и G, D и J. Точки пересечения проведенных дуг с заданной окружностью разделят ее на 12 частей. Соединив построенные точки, можно получить правильный двенадцатиугольник.

Деление окружности на 5 частей

Чтобы разделить окружность с центром в точке O (рис. 1.18) на 5 частей, поступают следующим образом. Один из радиусов окружности, например OM, делят пополам описанным ранее способом. Из середины отрезка OM точки N радиусом R_1, равным отрезку AN, проводят дугу окружности и отмечают точку P пересечения этой дуги с диаметром, которому принадлежит радиус OM. Отрезок AP равен стороне вписанного в окружность правильного пятиугольника. Поэтому из конца A диаметра, перпендикулярного к OM, радиусом R_2, равным отрезку AP, проводят дугу окружности. Точки B и E пересечения этой дуги с заданной окружностью позволяют отметить две вершины пятиугольника.

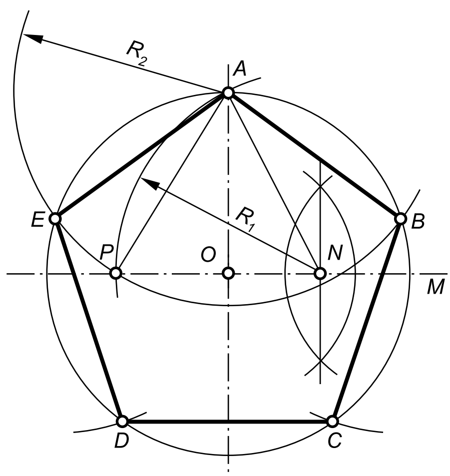


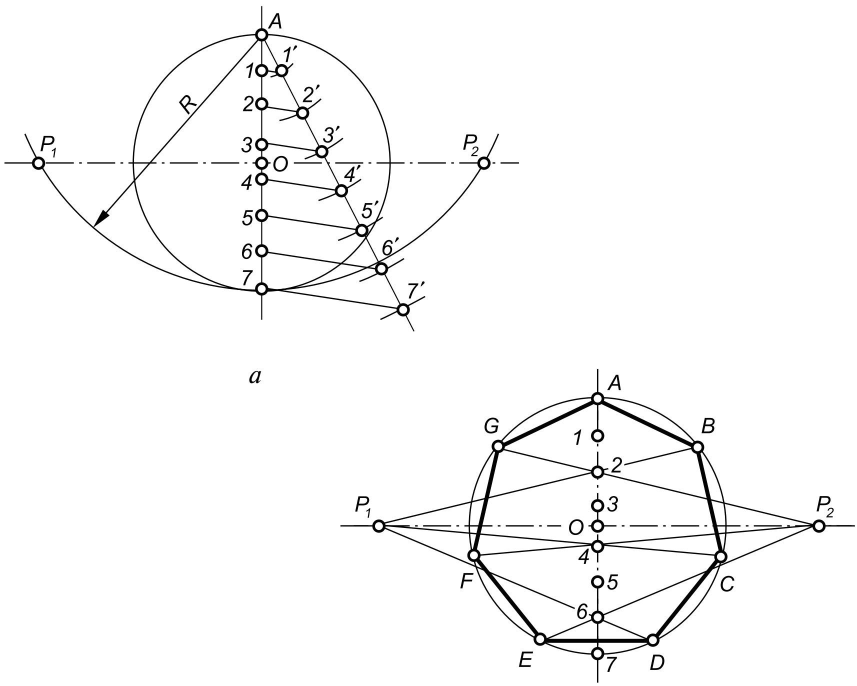
Рис. 1.18

Еще две вершины (C и D) являются точками пересечения дуг окружностей радиусом R_2 с центрами в точках B и E с заданной окружностью с центром в точке O. Вершины правильного пятиугольника $ABCDE$ делят заданную окружность на 5 равных частей.

Деление окружности на произвольное число равных частей

Если ни один из рассмотренных ранее вариантов не удовлетворяет условию поставленной задачи, то используют прием, позволяющий разделить окружность на произвольное число равных частей и построить соответственно вписанные в нее правильные многоугольники с произвольным числом сторон.

Рассмотрим такое построение на примере деления окружности с центром в точке *O* (рис. 19, *а*) на 7 равных частей. Сначала необходимо провести два взаимно перпендикулярных диаметра, один из которых, например проходящий через точку *A*, следует разделить на 7 равных частей (см. подразд. 1.3), ограниченных точками 1...7. Из точки *A*, как из центра, радиусом *R*, равным диаметру заданной окружности, надо провести дугу, пересечение которой с продолжением второго диаметра определит точки P_1 и P_2. Затем через точки P_1 и P_2 (рис. 19, *б*), и четные точки, полученные при делении диаметра *A7* (точки *2*, *4* и *6*), проводят прямые. Точки *B*, *C*, *D* и *E*, *F*, *G* пересечения этих прямых с заданной окружностью и точка *A* делят окружность с центром *O* на 7 равных частей. Последовательно соединив построенные точки можно изобразить вписанный в окружность правильный семиугольник.



а

б

Рис. 1.19

1.6. Сопряжения

Под сопряжением понимают плавный переход одной линии в другую. Чаще всего сопряжения представляют собой сочетания прямых и дуг окружностей. Например, изображенная на рис. 1.20 линия состоит из нескольких элементов: прямая AB плавно переходит в дугу окружности радиусом R_1, затем — в дугу окружности радиусом R_2, и заканчивается прямой DE. Плавность перехода достигается за счет того, что последовательно расположенные линии касаются друг друга. Прямая AB касается окружности с центром O_1 в точке B, окружность с центром O_1 касается окружности с центром O_2 в точке C, а окружность с центром O_2 касается прямой DE в точке D.

Если сопряжения состоят из прямых и дуг окружностей, то для правильного и точного их изображения необходимо определить основные параметры: радиусы сопряжений (R_1 или R_2), центры сопряжений (точки O_1 и O_2) и точки сопряжений (точки B, C и D). *Радиусы и центры сопряжений* — характеристики размеров и положений сопрягающих дуг окружностей. *Точки сопряжений* — точки общие для двух последовательно расположенных линий, или границы, отделяющие одну линию от другой.

Чаще всего радиусы сопряжений задаются, и решения задач сводятся к определению центров и точек сопряжения. Поэтому можно сформулировать общий план решения подобных задач.

1. Определить и провести на чертеже линию, представляющую собой множество точек плоскости, удаленных от одной из заданных линий на расстояние, равное радиусу сопряжения.
2. Определить и провести на чертеже линию, представляющую собой множество точек плоскости, удаленных от другой заданной линии на расстояние, равное радиусу сопряжения.
3. Найти точку пересечения построенных линий, являющуюся центром сопряжения.
4. Построить точки сопряжения заданных линий с сопрягающей дугой окружности, т.е. точки касания заданной линии с окружностью.
5. Провести сопрягающую дугу окружности в пределах найденных точек сопряжения.

Сопряжение двух пересекающихся прямых линий

Пусть имеются прямые AB (рис. 1.21) и CD, которые необходимо сопрячь дугой окружности радиусом R_c.

Множество точек плоскости, удаленных от прямой на расстояние R_c, есть две прямые, параллельные заданной и отстоящие от нее на расстоянии R_c. Выберем на прямой AB произвольную точку E, восставим из нее перпендикуляр к AB, отложим на нем

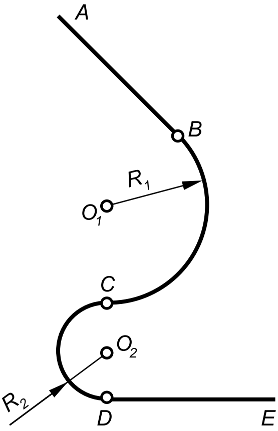


Рис. 1.20

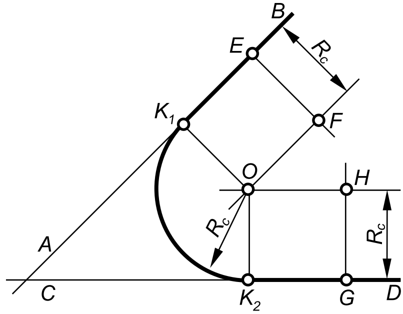


Рис. 1.21

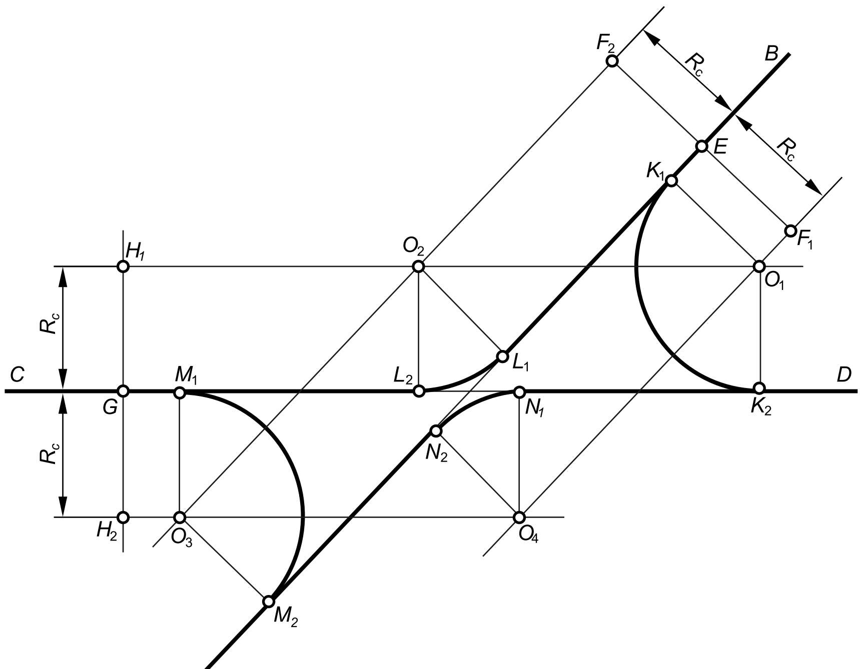


Рис. 1.22

отрезок EF, равный $R_с$, и через точку F проведем одну из прямых, параллельных прямой AB. Аналогичные построения выполним относительно прямой CD, взяв произвольную точку G и соответственно отрезок перпендикуляра $GH = R_с$.

Точка O пересечения прямых, проходящих через точки F и H, удалена на расстояние R_c как от прямой AB, так и от прямой CD. Таким образом, точка O — центр окружности, касательной к прямым AB и CD (центр сопряжения). Для того чтобы определить точки касания сопрягающей окружности и заданных прямых, следует опустить на них перпендикуляры из точки O. Точки K_1 и K_2 пересечения этих перпендикуляров с прямыми AB и CD и есть точки касания окружности с центром в точке O к заданным прямым (точки сопряжения). Располагая всеми параметрами сопряжения, можно провести дугу окружности радиусом R_c с центром в точке O от точки K_1 до точки K_2.

Если использовать полные множества точек, удаленных от прямых AB и CD (рис. 1.22) на расстояние R_c, и провести по две прямых, параллельных заданным, то можно построить четыре центра сопряжений O_1, O_2, O_3 и O_4 и получить четыре варианта решения задачи.

Сопряжение прямой линии с окружностью

Если радиус сопряжения R_c прямой линии и окружности радиусом R задан, то при определении параметров сопряжений следует исходить из следующих положений:

а) множество точек, удаленных от прямой на расстояние R_c, есть две параллельные прямые, отстоящие от заданной на расстоянии R_c;

б) множество точек, удаленных от окружности на расстояние R_c, есть две концентрические окружности, радиусы которых равны сумме или разности R и R_c;

в) точки пересечения множеств, указанных в пунктах «а» и «б», являются центрами сопряжений;

г) точка сопряжения заданной прямой есть основание перпендикуляра, опущенного из центра сопряжения на эту прямую;

д) точка сопряжения заданной окружности лежит на прямой, соединяющей центр этой окружности с центром сопряжения.

По положению центра заданной окружности и центра сопрягающей дуги относительно общей касательной различают внешнее и внутреннее сопряжения. Если центр окружности и центр сопряжения лежат по разные стороны от касательной, то такое сопряжение считают *внешним*, а если эти центры располагаются по одну сторону от касательной, — *внутренним*.

Рассмотрим несколько примеров.

Пусть заданы окружность с радиусом R_1 (рис. 1.23) и центром в точке O и прямая AB. Требуется выполнить внешнее сопряжение радиусом R_c.

Выбрав на прямой AB произвольную точку M, восставим из нее перпендикуляр к AB и отложим на нем отрезок MN, равный R_c.

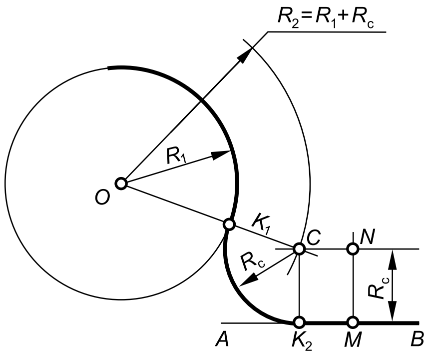


Рис. 1.23

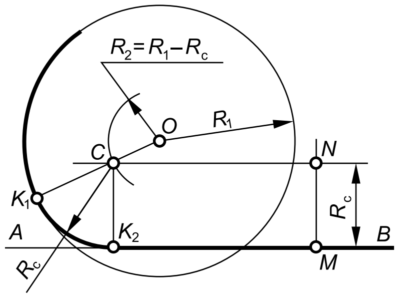


Рис. 1.24

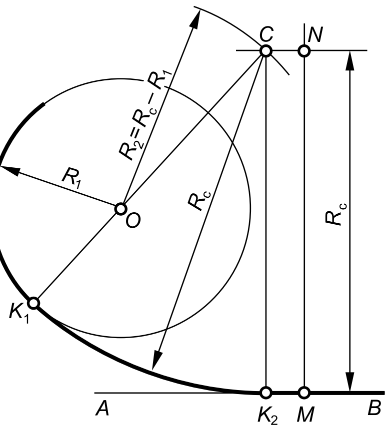


Рис. 1.25

Через точку N проведем прямую, параллельную AB (см. п. «а»). Из точки O, как из центра, радиусом R_2, равным сумме радиусов R_1 и R_c, проведем дугу окружности (см. п. «б»). Точка C пересечения прямой, проходящей через точку N, с дугой радиусом R_2 является центром сопряжения (см. п. «в»). Из точки C опустим перпендикуляр на AB. Основание K_2 перпендикуляра и будет точкой сопряжения окружности с прямой (см. п. «г»). Соединим точки O и C прямой линией, пересечение которой с заданной окружностью определяет точку их сопряжения K_1 (см. п. «д»).

Завершая построение, следует из центра C радиусом R_c провести дугу окружности от точки K_1 до точки K_2.

Пусть заданы окружность с радиусом R_1 (рис. 1.24) и центром в точке O и прямая AB. Требуется выполнить внутреннее сопряжение радиусом R_c.