

ТЕОРИЯ МЕХАНИЗМОВ И МАШИН

УЧЕБНИК

*Рекомендовано
Учебно-методическим объединением
по университетскому политехническому образованию
в качестве учебника для студентов высших учебных заведений,
обучающихся по направлению подготовки «Технологические машины
и оборудование»*

4-е издание, переработанное



Москва
Издательский центр «Академия»
2013

УДК 531.8(075.8)
ББК 34.41я73
Т338

Рецензенты:

профессор кафедры «Теория механизмов и механика машин»
МГТУ им. Н.Э.Баумана, д-р техн. наук *Г.А. Тимофеев*;
Заслуженный изобретатель Российской Федерации,
профессор кафедры «Автоматизированное проектирование»
Петербургского государственного университета путей сообщения,
д-р техн. наук *Р.Д. Сухих*

Теория механизмов и машин : учебник для студ. учрежде-
Т338 ний высш. проф. образования / [М. З. Коловский, А. Н. Евграфов, Ю. А. Семенов, А. В. Слоущ]. — 4-е изд., перераб. — М. : Издательский центр «Академия», 2013. — 560 с. — (Сер. Бакалавриат).

ISBN 978-5-7695-9456-4

Учебник создан в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом по машиностроительным направлениям подготовки (квалификация «бакалавр»).

Изложен курс теории механизмов и машин, основанный на современных методах исследования и широком использовании ЭВМ. Рассмотрены многодвигательные машины, созданные на основе замкнутых и разомкнутых кинематических цепей. Особое внимание уделено структуре механизмов, геометрическому и кинематическому анализу, динамике машинных агрегатов с жесткими и упругими звеньями, а также цикловых механизмов, машинам с программным управлением, механике промышленных роботов. Приведено большое количество примеров и задач.

Для студентов учреждений высшего профессионального образования. Может быть полезен аспирантам и специалистам.

УДК 531.8(075.8)
ББК 34.41я73

*Оригинал-макет данного издания является собственностью
Издательского центра «Академия», и его воспроизведение любым способом
без согласия правообладателя запрещается*

© Евграфов А. Н., Семенов Ю. А., Слоущ А. В.,
Коловский З. М. (наследник Коловского М. З.), 2013
© Образовательно-издательский центр «Академия», 2013
© Оформление. Издательский центр «Академия», 2013

ISBN 978-5-7695-9456-4

Учебник базируется на курсе лекций, прочитанных авторами в течение ряда лет студентам-механикам в Санкт-Петербургском государственном политехническом университете. Представленный материал отличается от многочисленных традиционных учебников по теории механизмов и машин более глубокой проработкой аналитических методов структурного, геометрического, кинематического и динамического анализа механизмов и машин. Эти методы учитывают потребности современного машиностроения и возможности современных компьютеров и пакетов прикладных программ.

В учебнике наряду с одноподвижными механизмами рассматриваются механизмы с несколькими степенями подвижности. Структурный анализ механизмов базируется на новом определении структурной группы, позволяющем рассматривать открытые и замкнутые кинематические схемы, которые не могут сводиться только к группам Ассура. Методы геометрического анализа сводятся к анализу плоских и пространственных механизмов с открытыми и замкнутыми кинематическими цепями с несколькими степенями подвижности.

Особое внимание уделено проблеме множественности конфигураций механизма с несколькими степенями подвижности, связанной с неединственностью решения задачи геометрического анализа, что имеет большое значение для разработки систем управления машинами.

Большое внимание уделяется оценке динамических характеристик механизмов: внутренней и внешней виброактивности, энергетических потерь из-за сил трения в кинематических парах, характеристик переходных процессов и т.д.

Современная машина состоит из двигателей, механической системы и системы автоматического управления. Традиционно изучение этих частей машины проводилось в разных учебных дисциплинах. Объективным основанием для такого подхода являлась слабая динамическая связность частей машины, обусловленная существенной разницей их постоянных времени. В последнее время в связи с созданием быстродействующих систем управления и малоинерционных двигателей взаимное влияние частей машинного агрегата стало настолько существенным, что без изучения характеристик двигателей, системы управления движением невозможно получить представление о поведении машины, ее точности, быстродействии и т.п.

Все более сложными стали физические модели механизмов и машин. Для их построения приходится применять методы теории колебаний, теории автоматического управления, теоретической электротехники и гидравлики. В книге динамический анализ машинных агрегатов базируется как на моделях механизма с жесткими звеньями, так и на моделях, в которых учитывается упругость звеньев и связей в кинематических парах. Особое внимание уделяется динамике машин с системами управления движением, построенными по принципу обратной связи.

В учебнике представлено много задач, некоторые из которых решены подробно, другие имеют только ответы. Авторы полагают, что решение задач необходимо для полного понимания курса. Для того чтобы успешно овладеть предложенным материалом, читатель должен обладать определенным уровнем знаний в области математики и теоретической механики. В целом этот уровень соответствует учебным программам большинства высших технических учебных заведений России.

Глава 1

СТРУКТУРА МАШИН И МЕХАНИЗМОВ

1.1. Машины и их роль в современном производстве

Современное промышленное производство сводится в конечном счете к выполнению разнообразных *рабочих процессов*. Большинство из них связано с обработкой исходных материалов (сырья) и превращением их в полуфабрикаты или готовые изделия; такие рабочие процессы называют *технологическими*. Технологическим процессам сопутствуют *транспортные*, связанные с перемещением сырья и полуфабрикатов к месту их обработки, готовых изделий к месту потребления, а также *энергетические* процессы, заключающиеся в преобразовании энергии, получении ее в наиболее удобной для производства форме. Большое значение в современном производстве имеют *информационные* процессы, обеспечивающие выполнение операций, связанных с управлением производством и его организацией и сводящихся к передаче и преобразованию информации.

Многие рабочие процессы осуществляются с помощью механических движений и силовых воздействий. Человек способен осуществлять некоторые виды механических движений, что позволяет ему выполнять ручную рабочую процессы. Однако в большинстве случаев в современном производстве рабочие процессы реализуются с помощью машин.

Машиной (или *машинным агрегатом*) будем называть систему, предназначенную для осуществления механических движений и силовых воздействий, необходимых для выполнения тех или иных рабочих процессов. В зависимости от вида рабочего процесса различают *технологические, транспортные, энергетические и информационные* машины.

Наряду с машинами в промышленном производстве применяют разнообразные *аппараты*, осуществляющие рабочие процессы, не связанные непосредственно с механическим движением (например, химические или тепловые процессы), и *приборы*, предназначенные для передачи и преобразования информации. Некоторые из них принято также называть машинами (например, элек-

тронные вычислительные устройства); однако в данном курсе термин «машина» будет применяться только в указанном смысле.

1.2. Структура машины и ее функциональные части

Современные машины являются, как правило, сложными системами, состоящими из нескольких *функциональных частей*. Таковыми частями являются двигатели, механическая система и система управления движением (рис. 1.1).

Двигатель (Д) является той функциональной частью машины, в которой осуществляется преобразование какого-либо вида энергии (*электрической, гидравлической, тепловой*) в механическую работу. Этим процессом управляет *входной параметр двигателя* u . В электрических двигателях таким управляющим параметром является электрическое напряжение (в двигателях постоянного тока) или частота переменного напряжения (в асинхронном двигателе). В гидравлических двигателях управление осуществляется изменением производительности питающего насоса или положением регулирующего дросселя. В двигателях внутреннего сгорания управление осуществляется изменением количества топлива, поступающего в камеру сгорания. Выходными параметрами двигателя являются *обобщенная координата* q его выходного звена, обычно совершающего вращательное или возвратно-поступательное движение, и *обобщенная движущая сила* Q .

Механическая система (МС) осуществляет преобразование простейших движений $q(t)$, создаваемых двигателями, в сложные *движения рабочих органов машины* $x_1(t), \dots, x_m(t)$.

При выполнении рабочего процесса (РП) в механической системе возникает *рабочая нагрузка* — активная сила P , действующая на рабочие органы машины. Выходные звенья двигателей являются входами механической системы, поэтому число ее входов равно числу двигателей и называется *числом степеней подвижности машины*.

Функциональная схема машины с n степенями подвижности показана на рис. 1.2. Входными параметрами механической системы машины являются координаты выходных звеньев двигате-

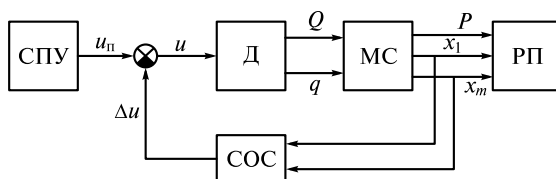


Рис. 1.1

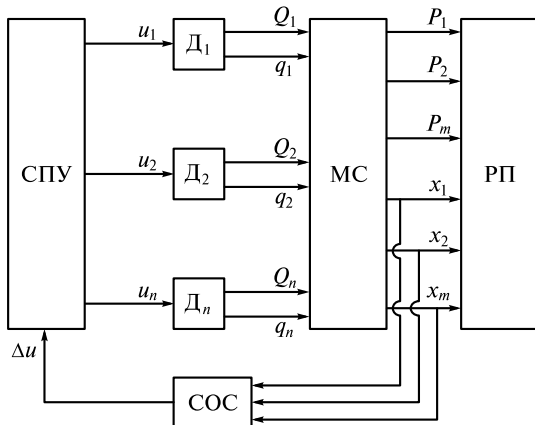


Рис. 1.2

лей q_k и обобщенные движущие силы Q_k ($k = 1, 2, \dots, n$), а выходными — координаты рабочих органов машины x_s и рабочие нагрузки P_s ($s = 1, 2, \dots, m$).

Важными функциональными частями современных машин являются системы управления движением. *Системы программного управления* (СПУ), формируя *программные управляющие сигналы* $u_{пк}$ ($k = 1, 2, \dots, n$), задают тем самым *программные движения* рабочих органов машины. Возмущающие факторы, действующие на машину, вызывают *ошибки* — отклонения действительных движений от программных. Корректировка программных движений осуществляется *системой управления*, обычно работающей по принципу *обратной связи* (СОС). При этом формируются *корректирующие управляющие воздействия* Δu , уменьшающие ошибки.

1.3. Механизмы и их физические модели

Механическая система машины состоит из механизмов. *Механизмом* называется связанная система тел, обеспечивающая передачу и преобразование механических движений и сил. Тела, образующие механизм, называются его *звеньями*. Звено может состоять из одного или нескольких жестко соединенных *твердых* тел — *деталей*. Встречаются также механизмы с *жидкими* и *гибкими* звеньями.

Конструктивные элементы, связывающие звенья и накладывающие ограничения (связи) на их относительные движения, называются *кинематическими соединениями*. В механизмах, звенья которых являются твердыми телами, кинематические соединения реализуются в виде шарниров, ползунов и направляющих, кон-

тактирующих поверхностей, плоскостей и других конструктивных элементов.

Изучение механизма начинается с построения *физической модели*, т.е. с идеализации его реальных свойств. Выбор той или иной модели зависит в первую очередь от задач исследования, от того, какие сведения о поведении механизма требуется получить в процессе анализа. На различных этапах конструирования машины и ее исследования один и тот же механизм описывается различными физическими моделями. Как будет показано ниже, несколько моделей механизма можно использовать и на одном этапе исследования.

Во всех случаях следует стремиться к выбору наиболее простой модели, адекватной решаемой задаче. В механических системах такой является модель, называемая *механизмом с жесткими звеньями*. Переход от реального механизма к этой модели основывается на предположении, что все звенья рассматриваются как недеформируемые, а их кинематические соединения реализуют *голономные, стационарные и удерживающие* связи.

Как всякая физическая модель реальной системы, модель жесткого механизма является ограниченной. В ряде случаев при исследовании машин используют модели механизмов, учитывающие зазоры в кинематических соединениях (*неудерживающие* связи), *неголономные* связи и т.п. При решении задач статики и в особенности динамики механизмов приходится применять более сложные модели, учитывающие деформации звеньев и элементов кинематических соединений. Такие модели будут в дальнейшем называться *механизмами с упругими звеньями*.

1.4. Классификация кинематических пар

Модель кинематического соединения двух звеньев называется *кинематической парой*. Кинематические пары классифицируют по числу степеней свободы в относительном движении соединяемых звеньев или по числу условий связей, накладываемых парой на это движение. Пусть два звена *A* и *B*, рассматриваемые как абсолютно твердые тела, соединены кинематической парой. Если бы звено *B* было свободным твердым телом, то в движении относительного звена *A* оно обладало бы шестью степенями свободы. Кинематическую пару, оставляющую *s* степеней свободы в относительном движении звеньев, называют *s-подвижной*. Число условий связей *r* принимается за номер *класса пары*. Очевидно, что пара *r*-го класса является $s = (6 - r)$ -подвижной, где число *s* может принимать значения от 1 до 5.

На рис. 1.3 изображены *одноподвижные* кинематические пары. *Поступательная* пара (рис. 1.3, *a*) допускает только прямолиней-

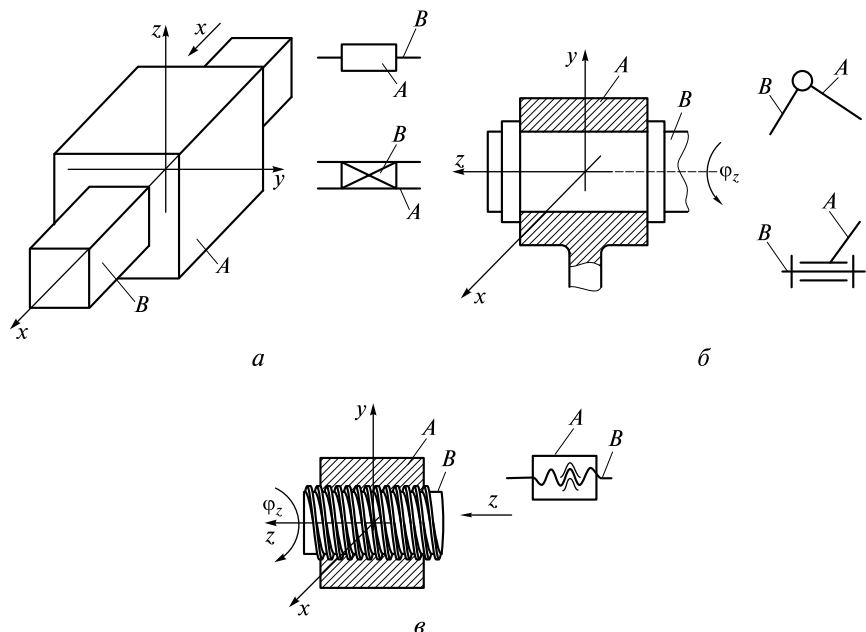


Рис. 1.3

но-поступательное перемещение одного звена относительно другого. Если одно из звеньев пары принять за неподвижное и жестко связать с ним декартову систему координат так, чтобы ось относительного смещения совпала с осью x , то в любой момент движения должны выполняться условия

$$y = 0; z = 0; \varphi_x = 0; \varphi_y = 0; \varphi_z = 0, \quad (1.1)$$

представляющие собой аналитические выражения связей, их уравнения. Следовательно, $r = 5$, $s = 1$. Взаимное положение звеньев поступательной пары определяется одной обобщенной координатой x .

Вращательная пара (рис. 1.3, б) допускает только поворот одного звена относительно другого звена вокруг оси шарнира; взаимное положение звеньев определяется одной обобщенной координатой φ_z .

В **винтовой** паре (рис. 1.3, в) движение определяется углом поворота φ_z винта B относительно гайки A и его осевым перемещением z . Поскольку эти координаты связаны условиями $z = h\varphi_z/(2\pi)$; $x = \rho \cos \varphi_z$; $y = \rho \sin \varphi_z$; $\varphi_x = 0$; $\varphi_y = 0$ (h — шаг винтовой линии; ρ — радиус винта), относительное перемещение звеньев задается только одной независимой координатой φ_z или z и пара является одноподвижной.

На рис. 1.4 изображены *двухподвижные* кинематические пары: *цилиндрическая* пара (рис. 1.4, а), допускающая относительно вращение вокруг оси шарнира (координата φ_z) и осевое перемещение (координата z), и *сферическая* пара с пальцем, перемещающимся в кольцевом пазу (рис. 1.4, б).

На рис. 1.5 показаны *трехподвижные* кинематические пары: *сферическая* (рис. 1.5, а) и *плоскостная* (рис. 1.5, б); на рис. 1.6, а —

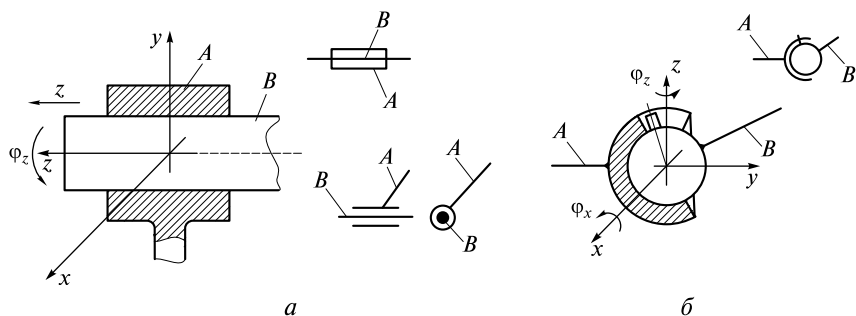


Рис. 1.4

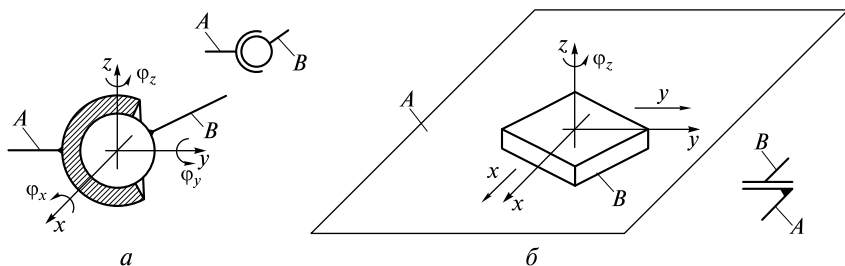


Рис. 1.5

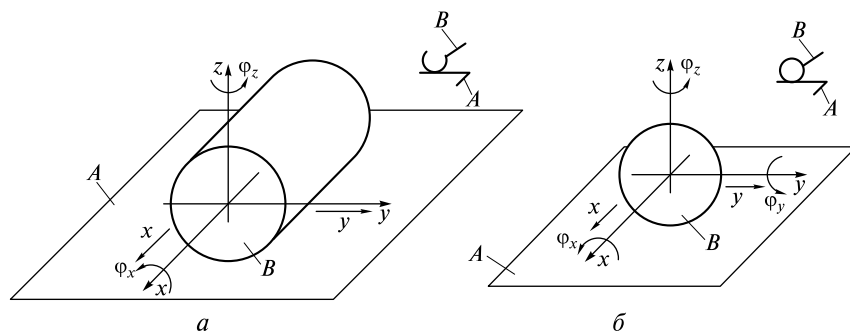


Рис. 1.6

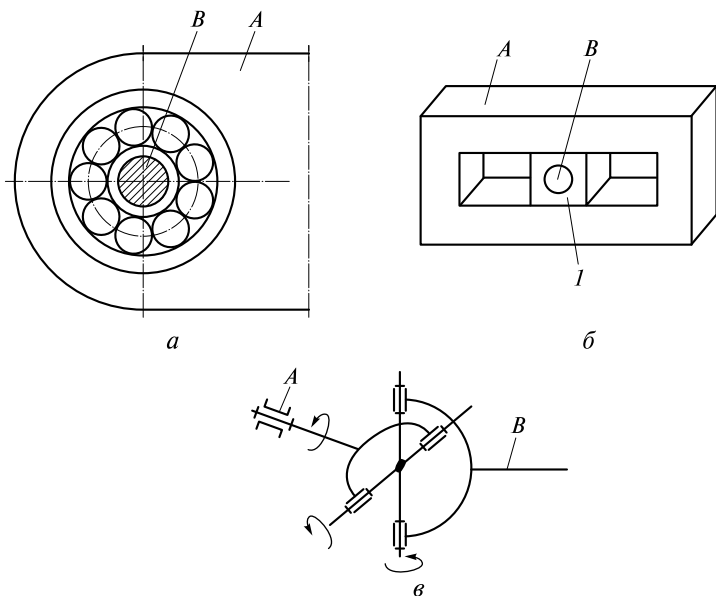


Рис. 1.7

четырёхподвижная пара (цилиндр — плоскость); на рис. 1.6, б — пятиподвижная пара (шар — плоскость).

На рис. 1.3—1.6 приведены также условные обозначения соответствующих кинематических пар, применяемые при их изображении на чертежах.

Рассмотрим вращательную пару (см. рис. 1.3, б); свяжем со звеньями *A* и *B* цилиндрические поверхности одного и того же радиуса, оси которых совпадают с осью шарнира. Очевидно, что при любом значении угла φ_z , т. е. при любом взаимном положении звеньев *A* и *B*, эти поверхности совмещаются. Аналогично в поступательной паре (см. рис. 1.3, а) совмещаются плоскости, параллельные направлению относительного перемещения, а в сферической (см. рис. 1.5, а) — сферы, принадлежащие звеньям *A* и *B*. Кинематические пары, в которых можно построить общие поверхности, принадлежащие сопрягаемым звеньям и совмещающиеся при любом их относительном перемещении, называются *низшими*.

Существуют кинематические пары иного рода, в которых при каждом положении звеньев *A* и *B* имеются только общие линии или точки, расположение которых изменяется в процессе движения. Такие кинематические пары называются *высшими*. Простейшие примеры высших кинематических пар показаны на рис. 1.6.

Следует еще раз подчеркнуть, что всякая кинематическая пара является физической моделью реального кинематического соединения звеньев. Так, понятия «высшая пара» и «низшая пара» не

определяют напрямую способ их реализации. Например, низшая вращательная пара, показанная на рис. 1.3, б, может быть реализована с помощью шарикового подшипника (рис. 1.7, а), в котором звенья *A* и *B* не имеют реальных элементов с совпадающими поверхностями. Однако если мысленно связать с ними цилиндрические поверхности, оси которых совпадают с осью подшипника, а радиусы одинаковы, то такие поверхности будут совмещаться друг с другом при любом положении звеньев и, следовательно, это кинематическое соединение звеньев *A* и *B* является низшей парой. Высшая пара цилиндр — плоскость, изображенная на рис. 1.6, а, может быть реализована в форме, показанной на рис. 1.7, б. В этом случае введена дополнительная деталь *I*, имеющая общие поверхности со звеньями *A* и *B*. Аналогично на рис. 1.7, в представлена реализация сферической пары (см. рис. 1.5, а) с помощью трех вращательных пар.

В зависимости от постановки задачи одно и то же кинематическое соединение может описываться различными кинематическими парами. Например, в любом реальном цилиндрическом шарнире существуют зазоры (как радиальные, так и осевые). В ряде задач с учетом этих зазоров шарнир приходится рассматривать либо как вращательную, либо как цилиндрическую или сферическую пару.

1.5. Кинематические цепи

Звенья, соединенные кинематическими парами, образуют *кинематическую цепь*. Кинематическая цепь называется *открытой*, если она содержит хотя бы одно звено, входящее лишь в одну кинематическую пару (рис. 1.8, а); в противном случае кинематическая цепь называется *замкнутой* (рис. 1.8, б). Открытая кинематическая цепь имеет структуру «*дерева*», если при последовательном сочленении звеньев каждое последующее звено соединяется только с одним предшествующим. «Дерево» может быть *простым* (рис. 1.8, в) или *разветвленным* (рис. 1.8, г).

Кинематическую цепь характеризуют ее входы и степени подвижности. *Входы* кинематической цепи образуют смежные звенья, закон относительного движения которых задан. Движения задаются двигателями, поэтому число входов цепи $n_{\text{ц}}$ совпадает с числом ее двигателей.

Входы могут быть *внутренними*, если движущие усилия Q_1 и $-Q_1$ прикладываются к подвижным звеньям цепи (рис. 1.9), и *внешними*, если движущее усилие Q_2 действует лишь на одно звено рассматриваемой цепи. В соответствии с третьим законом Ньютона движущее усилие $-Q_2$ действует на звено, не входящее в данную кинематическую цепь. В первом случае каждому входу соот-

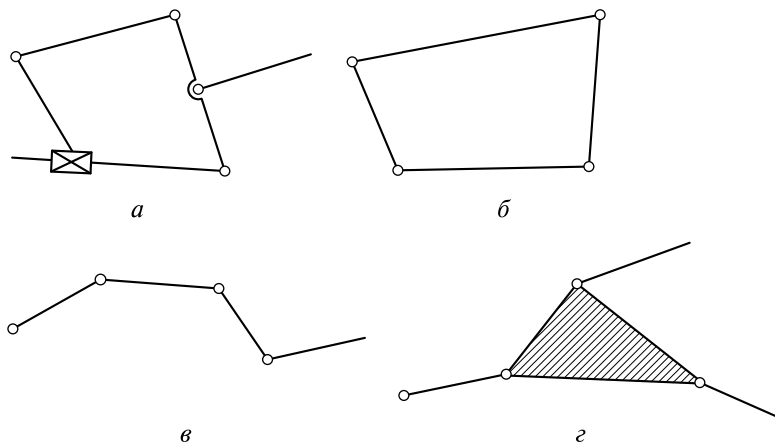


Рис. 1.8

ветствует *входная кинематическая пара*, во втором случае — *входное звено*. Обобщенные координаты q_1 и q_2 , определяющие относительное положение входных звеньев, называются *входными*.

Пусть кинематическая цепь содержит $N_{\text{ц}}$ подвижных звеньев и $p_{\text{сц}}$ кинематических пар s -й подвижности. Если все связи, накладываемые кинематическими парами на движение звеньев, являются независимыми, то такая кинематическая цепь имеет

$$w_{\text{ц}} = 6N_{\text{ц}} - \sum_{s=1}^5 (6-s)p_{\text{сц}} \quad (1.2)$$

степеней свободы, поскольку каждая s -подвижная пара отнимает $(6-s)$ степеней свободы. Число степеней свободы $w_{\text{ц}}$ кинематической цепи в модели механизма с жесткими звеньями принято

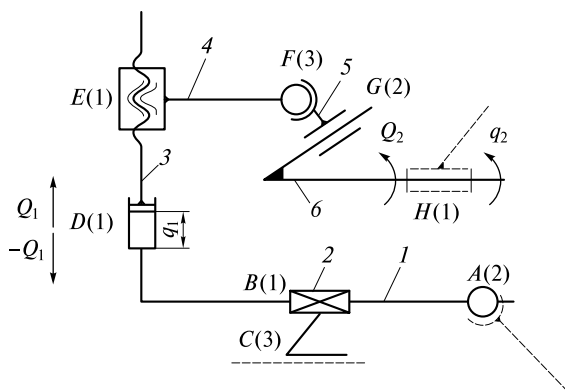


Рис. 1.9

называть *числом ее степеней подвижности* или *степенью подвижности*.

Кинематическая цепь называется *нормальной n -подвижной структурной группой* или просто *структурной группой*, если число ее независимых входов $n_{ц}$ совпадает с числом степеней подвижности $w_{ц}$. В качестве обобщенных координат такой цепи обычно принимают ее входные координаты $q_1, q_2, \dots, q_n$.

Структурная группа называется *простой*, если она не может быть разделена на несколько структурных групп с меньшим числом звеньев. Простая структурная группа, у которой $n_{ц} = w_{ц} = 0$, называется *группой Ассура* (по имени ученого, занимавшегося структурой механизмов).

Кинематическая цепь, показанная на рис. 1.9, является структурной группой ($N_{ц} = 6$; $p_{1ц} = 4$; $p_{2ц} = 2$; $p_{3ц} = 2$; $w_{ц} = 6 \cdot 6 - 5 \cdot 4 - 4 \cdot 2 - 3 \cdot 2 = 2$; $n_{ц} = 2$), которая может быть получена последовательным соединением четырех простых структурных групп. Первую простую группу составляют звенья 1 и 2, образующие группу Ассура ($N_{ц} = 2$; $p_{1ц} = 1$; $p_{2ц} = 1$; $p_{3ц} = 1$; $w_{ц} = 6 \cdot 2 - 5 \cdot 1 - 4 \cdot 1 - 3 \cdot 1 = 0$; $n_{ц} = 0$). Вторую группу, одноподвижную, образует звено 3. При его присоединении к первой группе учитывается одноподвижная поступательная пара, внешняя для этого звена (в первой группе эта кинематическая пара не учитывается, поскольку она принадлежит последующей группе), и вход, образуемый входной парой звеньев 1 и 3. Для этой группы $N_{ц} = 1$; $p_{1ц} = 1$; $w_{ц} = 6 \cdot 1 - 5 \cdot 1 = 1$; $n_{ц} = 1$. Третью группу (группу Ассура) образуют звенья 4 и 5, которые присоединяются к предыдущей группе винтовой парой и цилиндрической парой к звену 6. Для этой группы $N_{ц} = 2$; $p_{1ц} = 1$; $p_{2ц} = 1$; $p_{3ц} = 1$; $w_{ц} = 6 \cdot 2 - 5 \cdot 1 - 4 \cdot 1 - 3 \cdot 1 = 0$; $n_{ц} = 0$. Четвертую группу, одноподвижную, образует звено 6, которое присоединяется вращательной парой к некоторой внешней цепи.

1.6. Образование механических систем

Структурная формула (1.2) может быть использована и для определения числа степеней подвижности механизма. Для этого одно из звеньев кинематической цепи принимается за неподвижное; это звено, относительно которого рассматривается движение всех остальных звеньев, называется *стойкой*. Если N — общее число подвижных звеньев механизма, а p_s — число s -подвижных кинематических пар в этом механизме, то число его степеней подвижности определяется выражением

$$w = 6N - \sum_{s=1}^5 (6-s)p_s. \quad (1.3)$$

Равенство (1.3) называется *структурной формулой* механизма.

Входы механизма образуются теми его звеньями, к которым прикладываются движущие усилия. Координаты, определяющие положения входных звеньев, называются *входными координатами механизма*. *Выходы механизма* образуются звеньями рабочих органов машины и звеньями, связанными с входными звеньями последующих механизмов. Такие звенья называются *выходными* и координаты, определяющие их положения, — *выходными*.

Задание входных координат механизма должно однозначно определять положение всех его звеньев. Отсюда следует, что число независимых входных координат n должно быть равно числу степеней подвижности механизма w :

$$n = w. \quad (1.4)$$

Механизм, удовлетворяющий условию (1.4), будем в дальнейшем называть *нормальным*. Существуют *особые* механизмы, у которых условие (1.4) не выполняется.

Легко показать, что любой нормальный механизм может быть образован последовательным присоединением к стойке простых структурных групп (*принцип Ассура*); это вытекает из формулы (1.4). Последовательно присоединяя к стойке простые структурные группы, на каждом этапе получают нормальный механизм, поскольку в каждой присоединяемой группе число степеней подвижности равно числу входов. Следует только помнить о том, что входы, образованные звеньями, входящими в соседние группы, учитываются только один раз для присоединяемой группы. Точно так же учитываются кинематические пары, соединяющие звенья соседних групп; они считаются принадлежащими только присоединяемой группе.

Механизм можно изобразить *структурной схемой*, построенной с помощью условных обозначений кинематических пар и звеньев без учета их геометрических размеров, и *кинематической схемой*, где размеры звеньев учтены.

Структуру механизма можно также описать с помощью *графа*, *вершины* которого соответствуют звеньям, а *ребра* — кинематическим парам. При этом число ребер, соединяющих смежные вершины, равно подвижности соответствующей кинематической пары. Утолщенными линиями на графе отмечают *корневые* ребра, соответствующие входным кинематическим парам. Образование механизма можно представить его *структурным графом*, на котором вершины соответствуют структурным группам, а ребра — соединениям этих групп. Внутри этих вершин указывают число звеньев и входов группы.

На рис. 1.10 представлены структурные схемы некоторых механизмов, а также их графы и структурные графы. На рис. 1.10, а показан четырехзвенный механизм с одной степенью подвижности (четвертым звеном этого механизма является стойка), кото-

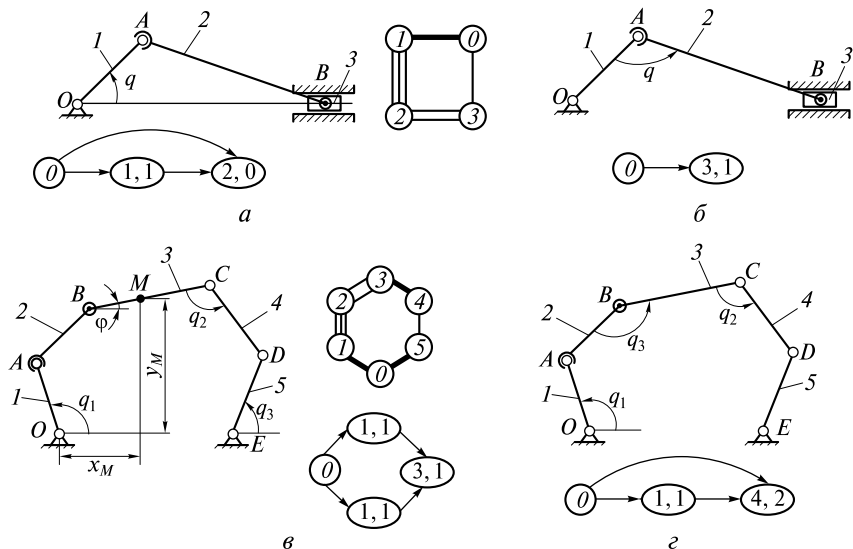


Рис. 1.10

рый состоит из двух структурных групп: одноподвижной однозвенной группы, содержащей вращательную пару O и звено 1 , и двухзвенной группы, в состав которой входят цилиндрическая B , сферическая A и поступательная пара, а также звенья 2 и 3 ; входной координатой является q — угол поворота звена 1 .

На рис. 1.10, б показан внешне похожий механизм, но с другим расположением входа: входной координатой в этом механизме является угол q между звеньями 1 и 2 . Структура механизма в этом случае уже другая: все его подвижные звенья образуют одну простую структурную группу.

На рис. 1.10, в показан трехподвижный механизм, содержащий пять подвижных звеньев. При показанном на рисунке расположении входов он распадается на три простые структурные одноподвижные группы: две однозвенные (звенья 1 и 5) и одну трехзвенную (звенья $2, 3, 4$). Однозвенные группы присоединяются к стойке одновременно, тем самым образуя первый структурный слой, а трехзвенная группа входит во второй слой.

Структурный слой — это совокупность структурных групп, которые присоединяются одновременно к стойке или к структурным группам предыдущего структурного слоя.

Изменив расположение входов, получим механизм другой структуры, показанный на рис. 1.10, г; здесь две простые структурные группы: одноподвижная (звено 1) и двухподвижная (звенья $2, 3, 4, 5$). В рассмотренных механизмах все звенья совершают плоскопараллельное движение, причем плоскости движения всех

звеньев параллельны. Такие механизмы называются *плоскими*. Некоторые особенности структуры плоских механизмов будут рассмотрены ниже.

Остальные механизмы будем считать *пространственными*.

На рис. 1.11, *а* показан пространственный механизм промышленного робота, состоящий из шести подвижных звеньев, соединенных последовательно одноподвижными входными парами; входные координаты $q_1—q_6$ задают относительные положения звеньев, определяя тем самым положение полюса M и ориентацию звена $б$ (схвата). Структурный граф механизма показан на рис. 1.11, *б*.

На рис. 1.12, *а* представлен пространственный механизм лучепровода, используемый при лазерной сварке. Луч лазера с помощью зеркал, расположенных в шарнирах, проводится от источника излучения в точку C , в которой производится процесс сварки. Перемещение и ориентация звена $б$, несущего сварочную головку, задается роботом, хват которого жестко связан со звеном $б$ (хват на рис. 1.12, *а* не показан). Рассматриваемый механизм имеет шесть входных координат, задающих положение звена $б$ относительно стойки. В качестве последних могут быть выбраны, например, декартовы координаты x_C, y_C, z_C полюса C и углы Эйлера ψ, θ, ϕ , определяющие ориентацию головки относительно стойки. В данном случае звено $б$ должно рассматриваться как однозвенная шестиподвижная структурная группа, условно присоединяемая к стойке заданием шести входных координат (можно сказать, что это звено соединяется со стойкой с помощью условной шестиподвижной кинематической пары).

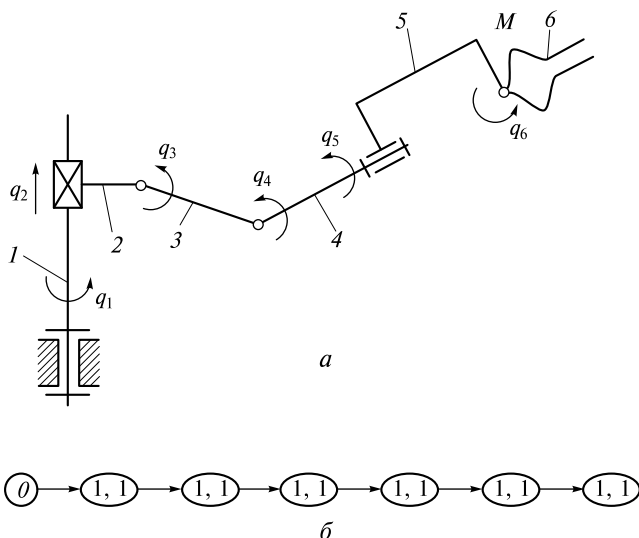


Рис. 1.11

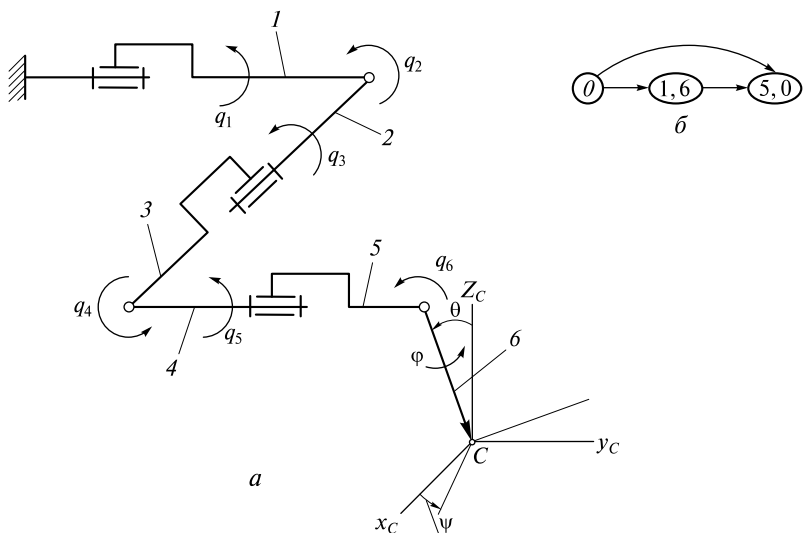


Рис. 1.12

Остальные подвижные звенья механизма образуют пятизвенную группу Ассур с шестью одноподвижными вращательными парами. Структурный граф механизма лучепровода показан на рис. 1.12, б.

На рис. 1.13, а представлен пространственный механизм платформы Стюарта, обладающий шестью степенями подвижности. Входные поступательные пары A, B, C, D, E, F образуются гидравлическими цилиндрами и поршнями, перемещающимися под давлением поступающей в цилиндры рабочей жидкости. Входные координаты $q_1 - q_6$ определяют положение полюса платформы M и ее ориентацию относительно стойки.

Рассматриваемый механизм образуется путем присоединения к стойке одной простой структурной группы с тринадцатью звеньями (рис. 1.13, б).

В зависимости от способа образования механической системы ее структуры могут быть различны (рис. 1.14). На рис. 1.14, а показана функциональная схема механической системы, образованной последовательным соединением двух одноподвижных механизмов. При этом первый механизм, непосредственно соединенный с двигателем, служит для изменения скорости вращательного или поступательного движения; такой механизм называется *передаточным* (ПМ). Второй механизм, преобразующий вращательные или поступательные движения в программные движения рабочих органов машины, называется *исполнительным* (ИМ). В результате такого соединения механизмов получается механическая система с одной степенью подвижности.

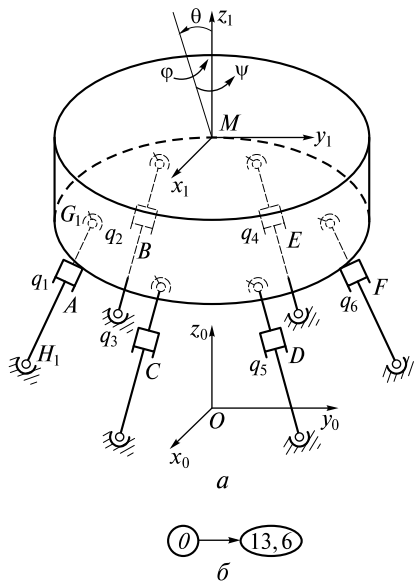


Рис. 1.13

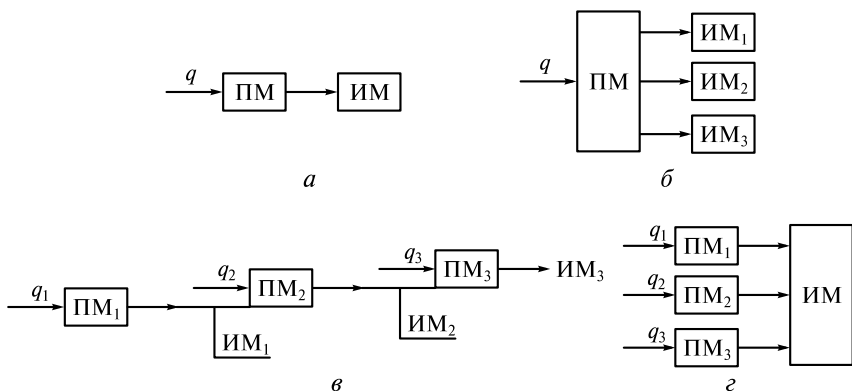


Рис. 1.14

На рис. 1.14, б изображена функциональная схема механической системы с параллельным соединением исполнительных механизмов. Такая структура характерна для *цикловых* машин, в которых необходимо согласованное движение нескольких механизмов. Данная механическая система обладает также одной степенью подвижности.

Механизмы с одной степенью свободы можно соединить между собой последовательно по принципу *выход — стойка*. В этом случае выходные звенья предыдущих механизмов являются стойками

для последующих (рис. 1.14, в). Получается система с несколькими степенями подвижности. Такая структура используется в подъемно-транспортных машинах, роботах и манипуляторах.

Другая функциональная схема механической системы с несколькими степенями подвижности показана на рис. 1.14, г. Передаточные механизмы передают движение общему исполнительному механизму (или звену), образуется механическая система параллельной структуры. Такая структура встречается в ряде конструкций роботов, шагающих и подъемно-транспортных машин, в платформенных машинах и т. д.

Механизмы с несколькими степенями подвижности, имеющие иную структуру, встречаются в машинах сравнительно редко. Чаще всего это *дифференциальные* механизмы, служащие для разделения или сложения движений, а также *механизмы относительного манипулирования*, имитирующие движения рук человека.

1.7. Механизмы с избыточными связями и лишними степенями подвижности

При выводе формул (1.2) и (1.3) предполагалось, что связи, накладываемые кинематическими парами на движения звеньев кинематической цепи или механизма, являются независимыми. В механических системах могут иметь место *избыточные* связи, которые дублируют ограничения, наложенные другими связями, не изменяя при этом кинематические свойства механизма.

Рассмотрим механическую систему, показанную на рис. 1.15, а, которая содержит четыре вращательные одноподвижные пары. При трех подвижных звеньях число степеней подвижности, определяемое по формуле (1.3):

$$w = 6 \cdot 3 - 5 \cdot 4 = -2.$$

Отрицательное число степеней подвижности означает, что рассматриваемая система, вообще говоря, не является механизмом, а представляет собой жесткую неизменяемую систему (ферму). Однако если оси всех шарниров расположить параллельно друг другу, то рассматриваемая система окажется механизмом с одной степенью подвижности, совершающим плоское движение, плоскость которого перпендикулярна осям шарниров. В этом случае среди связей, наложенных на движение звеньев кинематическими парами и обеспечивающих параллельность осей, окажутся избыточные.

Наличие в механизме избыточных связей имеет свои достоинства и недостатки. С одной стороны, следует иметь в виду, что звенья любого механизма в действительности не являются абсолютно твердыми телами; деформируемыми являются и элементы

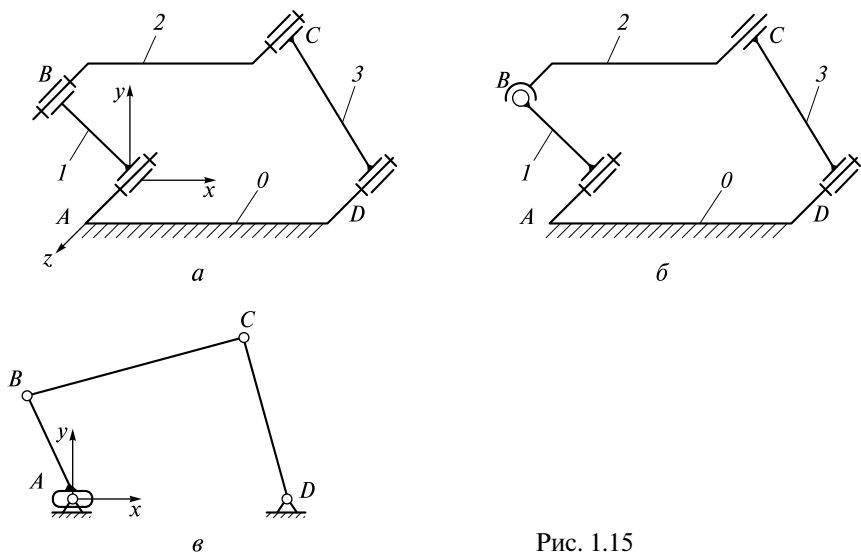


Рис. 1.15

кинематических пар. Избыточные связи повышают жесткость механизма, уменьшают его деформации, вызванные передаваемыми силами.

С другой стороны, при избыточных связях повышаются требования к точности изготовления звеньев механизма и элементов его кинематических пар. Если при монтаже будет нарушена взаимная параллельность осей, то механизм превратится в ферму. При проектировании машин стремятся избавиться от избыточных связей, например, введением в конструкцию механизма технологических зазоров. В модели механизма с жесткими звеньями этому конструктивному решению соответствует прием, связанный с повышением подвижности кинематических пар. Снимем избыточные связи, заменив шарнир *B* сферической парой, а шарнир *C* — цилиндрической. Тогда получится механизм, показанный на рис. 1.15, б. Для него

$$w = 6 \cdot 3 - 5 \cdot 2 - 4 \cdot 1 - 3 \cdot 1 = 1.$$

Механизм имеет одну степень подвижности и в кинематическом плане эквивалентен механизму, показанному на рис. 1.15, а.

В механизме с избыточными связями все связи, наложенные кинематическими парами, можно разделить на две группы. Связи, устранение которых приводит к появлению дополнительных степеней подвижности, называются *освобождающими*. Связи, устранение которых не изменяет число степеней подвижности механизма (или группы), называются *неосвобождающими*.

Отличие неосвобождающей связи от избыточной покажем на примере механизма, представленного на рис. 1.15, а. В каждом

шарнире на движение звеньев наложено пять связей. Введя в шарнире A систему координат $Axyz$, в которой ось z направлена по оси шарнира, запишем условия этих связей в виде равенств нулю возможных перемещений:

$$\delta x = 0; \delta y = 0; \delta z = 0; \delta \varphi_x = 0; \delta \varphi_y = 0.$$

Устранение связи $\delta x = 0$ — путем ввода прорези в шарнире A в направлении x (рис. 1.15, ϵ) — или связи $\delta y = 0$ приведет к увеличению степени подвижности механизма. Следовательно, эти связи (их в четырех шарнирах восемь) являются освобождающими. Остальные связи ($\delta z = 0; \delta \varphi_x = 0; \delta \varphi_y = 0$) являются неосвобождающими; их в механизме двенадцать. Вместе с тем число избыточных связей

$$v = w - 6N + \sum_{s=1}^5 (6 - s) p_s \quad (1.5)$$

в этом механизме составляет $v = 1 - 6 \cdot 3 + 5 \cdot 4 = 3$. Отметим, что в механизме, не содержащем избыточных связей, все связи являются освобождающими.

Заменим в механизме, показанном на рис. 1.15, δ , цилиндрическую пару C сферической парой. При этом механизм получит *лишнюю степень подвижности*, которая не влияет на передачу движения от звена 1 к звену 3 — возникнет только возможность дополнительного вращения звена 2 вокруг оси, проходящей через центры сфер B и C . Такие лишние степени подвижности используют иногда для уменьшения сил трения.

1.8. Плоские механизмы

Существует обширный класс механизмов, для которых характерны избыточные связи, — это плоские механизмы. В этом мы могли убедиться, рассматривая структуру четырехзвенного механизма (см. рис. 1.15, a). В плоских механизмах связи, накладываемые кинематическими парами на движение звеньев, можно разделить на две группы.

К *первой группе* относятся связи, обеспечивающие плоское движение звеньев; уравнения связей

$$\delta z = 0; \delta \varphi_x = 0; \delta \varphi_y = 0. \quad (1.6)$$

Вторая группа связей ограничивает взаимное перемещение звеньев в плоскости их движения; уравнения связей

$$\delta x = 0; \delta y = 0; \delta \varphi_z = 0. \quad (1.7)$$

При этом одна и та же кинематическая пара формирует связи обеих групп. Можно сделать вывод, что связи первой группы яв-

ляются неосвобождающими, а связи второй группы — освобождающими.

Число степеней подвижности пространственных механизмов определяется по формуле (1.3). Для плоских механизмов оказывается целесообразным отдельно рассматривать подвижности в плоском движении, допускаемые связями второй группы.

Число таких степеней подвижности w можно определить следующим образом. Пусть N — число подвижных звеньев плоского механизма. Каждое из них, как твердое тело, обладает в плоском движении тремя степенями свободы. Каждая кинематическая пара может отнимать у звеньев в их плоском движении одну или две степени свободы, накладывая одну или две связи второй группы. Две степени свободы отнимает в плоском движении любая низшая кинематическая пара, поступательная, цилиндрическая или сферическая, одну степень свободы — любая высшая кинематическая пара. Если p_n — число низших пар, а p_v — число высших:

$$w = 3N - 2p_n - p_v. \quad (1.8)$$

Плоские механизмы образуются путем последовательного присоединения к стойке плоских структурных групп. На рис. 1.16 показаны некоторые плоские группы Ассур, для которых число степеней подвижности равно нулю. На рис. 1.16, *а* приведены однозвенные группы Ассур, содержащие одну высшую и одну низшую кинематическую пару. Двухзвенные группы Ассур показаны на рис. 1.16, *б* — *г*; трехзвенная группа (рис. 1.16, *д*) содержит три низшие и одну высшую пару; четырехзвенные группы (рис. 1.16, *е*, *ж*) содержат шесть низших пар и т.д. На рис. 1.17 приведены примеры соответственно одноподвижных (рис. 1.17, *а*, *б*), двухподвижной (рис. 1.17, *в*) и трехподвижной (рис. 1.17, *г*) плоских структурных групп.

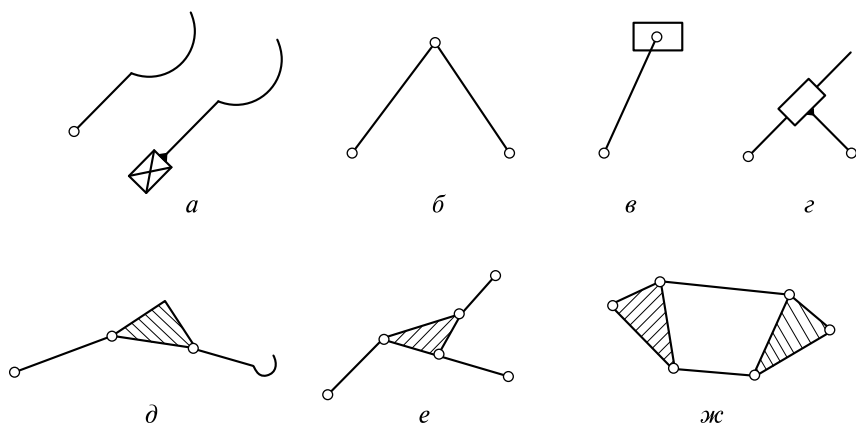


Рис. 1.16

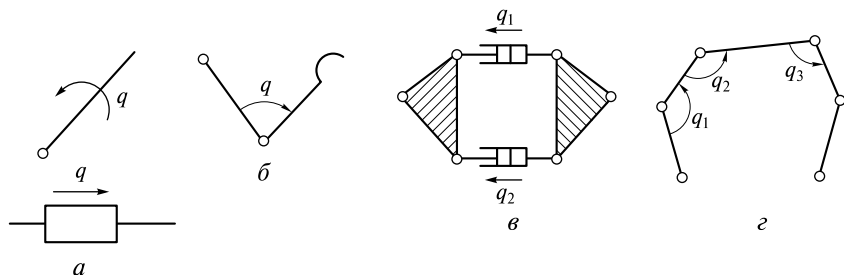


Рис. 1.17

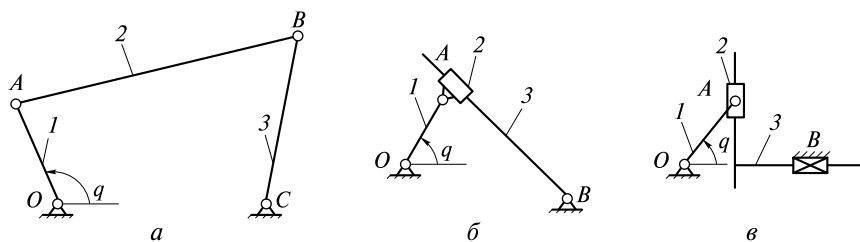


Рис. 1.18

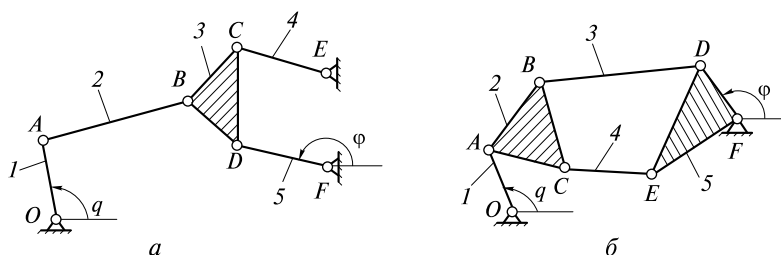


Рис. 1.19

Плоские механизмы с одной степенью подвижности широко применяют в машинах. Рассмотрим некоторые наиболее распространенные разновидности этих механизмов.

Плоские рычажные механизмы. Механизм называется *рычажным*, если он содержит только низшие кинематические пары. В плоском механизме сферические и цилиндрические пары в кинематическом отношении, т.е. по характеру допускаемого относительного движения, эквивалентны вращательным; поэтому в дальнейшем будем рассматривать только вращательные и поступательные пары. Рычажный механизм, содержащий только вращательные пары, называется *шарнирным*.

Плоские рычажные механизмы с одной степенью подвижности могут образовываться присоединением к стойке однозвенной

одноподвижной группы с вращательной или поступательной парой (см. рис. 1.17, *а*), а затем последовательным присоединением плоских групп Ассура. В технике наиболее широко распространены четырехзвенные механизмы. На рис. 1.10, *а* представлен один из таких механизмов, который служит для преобразования вращательного движения звена 1 в поступательное движение звена 3 (и наоборот). За звеньями рычажных механизмов в зависимости от вида их движения закрепились определенные названия. Звено 1, совершающее полный оборот вокруг неподвижной оси, называют *кривошипом*, а звено 3, которое совершает прямолинейно-поступательное движение, называют *ползуном*. Механизм, в состав которого входят эти звенья, называют *кривошипно-ползунным*. Звено 2, совершающее плоскопараллельное движение и образующее вращательные пары только с подвижными звеньями, называют *шатунном*. Четвертым звеном этого механизма является стойка.

Механизм, представленный на рис. 1.18, *а*, называется *шарнирным четырехзвенником* или *кривошипно-коромысловым* механизмом, поскольку звено 3, совершающее возвратно-вращательное движение (неполный оборот вокруг неподвижной оси), называется *коромыслом*. На рис. 1.18, *б* приведен *кулисный* механизм, состоящий из кривошипа 1, *кулисы* — звена 3, движущегося поступательно относительно другого подвижного звена, называемого *камнем* 2. Кулиса в данном случае совершает неполный оборот вокруг неподвижной оси. В *синусном* механизме, показанном на рис. 1.18, *в*, кулиса 3 совершает поступательное движение.

Рассмотренные механизмы содержат двухзвенные группы Ассура, называемые *диадами*; их относят к механизмам *второго класса*. На рис. 1.19, *а* показан механизм, полученный присоединением четырехзвенной группы Ассура (см. рис. 1.16, *е*) к однозвенной группе и стойке. Такая группа содержит три внутренних шарнира (*В*, *С*, *Д*) и называется поэтому группой Ассура третьего класса. Соответственно механизм, содержащий такую группу, называется механизмом *третьего класса*.

Аналогично группа с четырьмя внутренними шарнирами (*В*, *С*, *Д*, *Е*), представленная на рис. 1.16, *ж*, относится к *четвертой классу*, как и механизм, ее содержащий (рис. 1.19, *б*).

Плоские кулачковые механизмы. На рис. 1.20 представлены схемы трехзвенных плоских механизмов с двумя низшими парами и одной высшей, образованной *кулачком* 1 и *толкателем* 2. Все механизмы состоят из однозвенной одноподвижной группы (звено 1) и однозвенной группы Ассура, соответствующей рис. 1.16, *а*. На рис. 1.20, *а* показан механизм с поступательно движущимся *остроконечным* толкателем, на рис. 1.20, *б* — с *коромысловым* толкателем, а на рис. 1.20, *в* — с *плоским* толкателем. Во всех этих механизмах высшая пара создает одностороннюю (неудерживающую) связь: положение толкателя только с одной стороны ограничива-

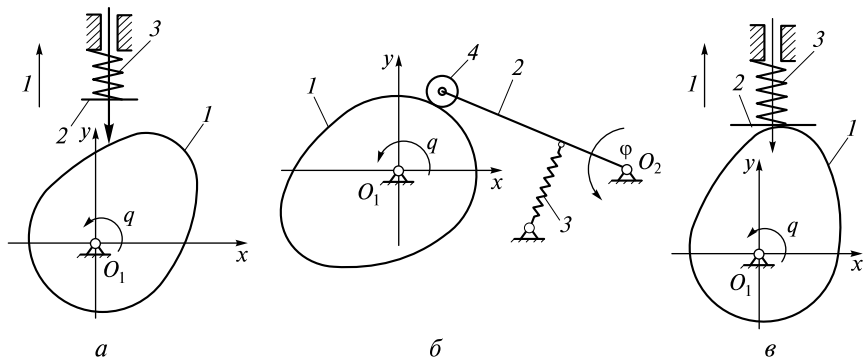


Рис. 1.20

ется профилем кулачка. Чтобы обеспечить постоянный контакт толкателя с кулачком, вводится *геометрическое* или *силовое замыкание* механизма с помощью пружины 3. Механизм, показанный на рис. 1.20, б, содержит лишнее звено — *ролик 4*, позволяющий заменить трение скольжения между кулачком и толкателем на трение качения. Лишнее звено и лишняя подвижность, возникающая между толкателем и роликом, могут не учитываться при анализе структуры механизма.

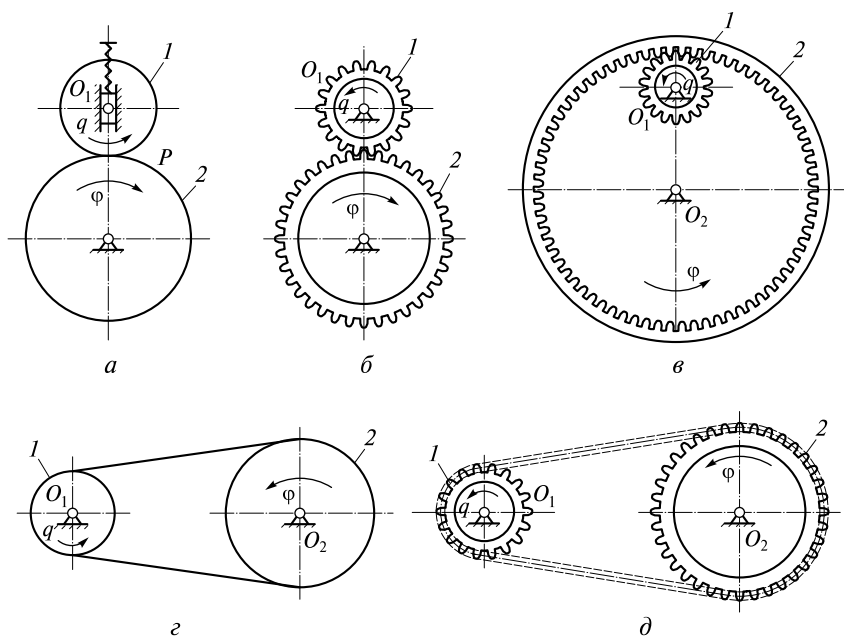


Рис. 1.21